

الجبر

(١) مراجعة.

(٢) الجذر التكعيبى للعدد النسبى .

(٣) مجموعة الأعداد غير النسبية ن َ .

(٤) إيجاد قيمة تقريبية للعدد غير النسبى.

(٥) مجموعة الأعداد الحقيقية ح .

(٦) الفترات.

(٧) العمليات على الفترات.

(٨) العمليات على الأعداد الحقيقية .

(٩) العمليات على الجذور التربيعية.

(١٠) العمليات على الجذور التكعيبية .

(١١) تطبيقات على الجذور التربيعية والتكعيبية.

(١٢) حل المعادلات والمتباينات من الدرجة الأولى فى متغير واحد فى ح .

(١٣) العلاقة بين متغيرين.

(١٤) ميل الخط المستقيم وتطبيقات حياتية .

مراجعة

مجموعات الأعداد

سبق لك دراسة مجموعات الأعداد الاتية فى السنوات السابقة :

(١) مجموعة أعداد العد ع = { ١، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ....}

(٢) مجموعة الأعداد الطبيعية ط = { ٠، ١، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ....}

(٣) مجموعة الأعداد الصحيحة صـ ={ ..... ، ٣ ، ٢ ، ١ ، ٠ ، −١ ، −٢ ، −٣ ، ....}

ويمكن تقسيم مجموعة الأعداد الصحيحة الى :

(أ) مجموعة الأعداد الصحيحة الموجبة $صـ_+$ ={ ١ ، ٢ ، ٣ ، ....}

(ب) مجموعة الأعداد الصحيحة السالبة $صـ_-$ ={ −١ ، −٢ ، −٣ ، ....}

ملاحظة الصفرليس موجب ولا سالب

فكر ضع علامة √ أو x صـ = $صـ_+ \cup صـ_-$ (x)

التصحيح صـ = $صـ_+ \cup \{٠\} \cup صـ_-$

(٤) مجموعة الاعداد النسبية ن = { $\frac{أ}{ب}$: أ ، ب ∈ صـ ، ب ≠ ٠ }

مثلاً $\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{-٥}{٦}$ ، $\frac{صفر}{٧}$ ، ~~$\frac{٩}{صفر}$~~ لأنه لا تجوز القسمة على الصفر

القيمة المطلقة للعدد النسبى $\left|\frac{٥}{٣}\right| = \frac{٥}{٣}$ ، $\left|\frac{-٢}{٥}\right| = \frac{٢}{٥}$

ملاحظة هامة إذا كان |س| = أ فإن س= ± أ

أكمل : إذا كان |س| = ٥ فإن س = ... أو ....

الصورة القياسية للعدد النسبى هى أ x ١٠^ن حيث ن ∈ صـ ، ١ ≤ |أ| > ١٠

مثلاً العدد ٠,٠٠٥٢٣ صورته القياسية هى ٥,٢٣ x ١٠ ^-٣ " الحركة من اليسار سالبة "

(−٣)

العدد ١٥٦٢٠,٣ صورته القياسية هى ١,٥٦٢٠٣ x ١٠ ^٤ " الحركة من اليمين موجبة "

(+٤)

العدد النسبى المربع الكامل

هو العدد الموجب الذى يمكن كتابته على صورة مربع عدد نسبى

أى (عدد نسبى)^{٢} مثل : $٣٦ = ٦ \times ٦ = ٦^{٢}$ ، $٢٥ = ٥ \times ٥ = ٥^{٢}$

العدد النسبى المكعب الكامل

هو العدد النسبى الذى يمكن كتابته على صورة مكعب عدد نسبى

أى (عدد نسبى)^{٣} مثل : $٢١٦ = ٦ \times ٦ \times ٦ = ٦^{٣}$ ، $١٢٥ = ٥ \times ٥ \times ٥ = ٥^{٣}$

الجذر التربيعى للعدد النسبى المربع الكامل

الجذر التربيعى للعدد النسبى أ هو العدد الذى مربعه يساوى أ



$\sqrt{٣٦} = ٦$ لأن $٦^{٢} = ٦ \times ٦ = ٣٦$

$\sqrt{٢٥} = ٥$ لأن $٥^{٢} = ٥ \times ٥ = ٢٥$

ملاحظات هامة

* لامعنى لإيجاد الجذر التربيعى للعدد النسبى السالب $\sqrt{-٢٥}$ " لايجوز "



$\pm \sqrt{أ}$ يعنى الجذرين التربيعيين للعدد أ

$\sqrt{أ}$ يعنى الجذر التربيعى الموجب للعدد أ



$-\sqrt{أ}$ يعنى الجذر التربيعى السالب للعدد أ

* أى عدد نسبى مربع كامل له جذران تربيعيان أحدهما موجب والاخر سالب وكل منهما معكوس جمعى للاخر ومجموعهما = صفر

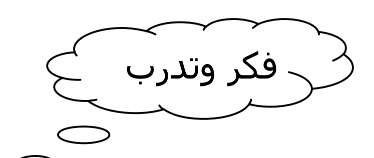
مثال $\pm \sqrt{١٠٠} = \pm ١٠$ مجموعهما $= -١٠ + ١٠ =$ صفر

١) أكمل : مجموع الجذرين التربعين للعدد النسبى $\frac{٩}{٤}$ = ...

٢) إختر الإجابة الصحيحة :

مجموع الجذرين التربيعين للعدد النسبى $\frac{٩}{١٦}$ يساوى .... [$\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{-٣}{٤}$ ، $\pm \frac{٣}{٤}$ ، صفر]

* $\sqrt{\left(\frac{أ}{ب}\right)^{٢}} = \left|\frac{أ}{ب}\right| \Longleftarrow \sqrt{\left(\frac{-٣}{٤}\right)^{٢}} = \left|\frac{-٣}{٤}\right| = \frac{٣}{٤}$ "خد بالك التربيع يلغى الجذر والسالب"



إختر الإجابة الصحيحة

$\sqrt{\left(\frac{-٩}{١٦}\right)^{٢}}$ = ... { $\frac{٩}{١٦}$ ، $\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{-٣}{٤}$ ، $\frac{-٩}{١٦}$ }

$\sqrt{\left(\frac{٤}{٢٥}\right)^{٢}}$ = ... { $\frac{-٢}{٥}$ ، $\frac{٢}{٥}$ ، $\frac{٤}{٢٥}$ ، $\frac{-٤}{٢٥}$ }

- الأزهر ٢٠٠٩ / ٢٠١٠ ضع علامة √ أو x

١- كل عدد نسبى مربع كامل له جذران تربيعيان أحدهما معكوس جمعى للاخر ( )

٢- |أ| = ٥ فإن أ = ± ٥ ( )

٣- $\sqrt{٢٥+١٤٤}$ =١٧ ( )

- أكمل بوضع كلاً من الأعداد الاتية على الصورة $\frac{أ}{ب}$ حيث أ ، ب عددان صحيحان ، ب ≠ صفر

(١) ٠,٧٥= $\frac{٧٥}{١٠٠}$ = $\frac{٢٥×٣}{٢٥×٤}$ = $\frac{٣}{٤}$ (٢) ٢$\frac{٣}{٤}$ = $\frac{٢×٤+٣}{٤}$ = $\frac{٨+٣}{٤}$ = $\frac{١١}{٤}$ (٣) -٦ = $\frac{-٦}{١}$

- إخترالاجابة الصحيحة

١) العدد النسبى المحصور بين $\frac{١}{٥}$ ، $\frac{٢}{٥}$ هو .... { $\frac{٢}{١٠}$ ، $\frac{١}{١٠}$ ، ٠,٣ ، - ٠,٣}

الحل

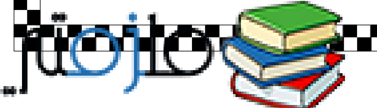
نضاعف الكسرين { $\frac{١×٢}{٥×٢}$ = $\frac{٢}{١٠}$ = ٠,٢ ، $\frac{٢×٢}{٥×٢}$ = $\frac{٤}{١٠}$ = ٠,٤ } ⟸ العدد المحصور بينهما هو $\frac{٣}{١٠}$ = ٠,٣

٢) حاصل ضرب العدد النسبى $\frac{أ}{ب}$ x معكوسه الجمعى =......... { ٠ ، $\frac{-أ}{ب}$ ، $\frac{أ^{٢}}{ب^{٢}}$ ، $\frac{-أ^{٢}}{ب^{٢}}$ }

الحل

أوجد قيمة س التى تحقق المعادلة الاتية : ٥ س+ ٣ = ٢٠

٥ س = ٢٠-٣ ⟸ ٥ س= ١٧ بالقسمة على ٥ ⟸ س = $\frac{١٧}{٥}$ ∴ م .ح = $\left\{\frac{١٧}{٥}\right\}$





١ أكمل بوضع كل من الأعداد الاتية على صورة $\frac{أ}{ب}$ حيث أ ، ب عددان صحيحان ، ب ≠ ٠

(١) ٠,٢ =.........................

(٢) $١\frac{١}{٤}$ =.........................

(٣) ٢٥ % = ...

(٤) –٥ = ...

٢ إختر الاجابة الصحيحة

١) مجموعة حل المعادلة س+٥ = |– ٥| فى ط هى ...... [{٠} ، {-١٠} ، {١٠} ، ∅]

٢) |– ٢| + |– ٤| + |٦| = ... [صفر ، |– ١٢| ، – ١٢ ، ٦]

٣) $\sqrt{أ^٢}$ =......................... [أ ، - أ ، |أ| ، ± أ]

٣ أوجد قيمة س التى تحقق المعادلات الاتية :-

١) ٧س+١١= ١٢ $\{\frac{١}{٧}\}$

٢) س+٣ = ٧ {٤}

٤ أوجد الناتج فى أبسط صورة

١) $\sqrt{٣٦ + ٦٤}$ =.........................

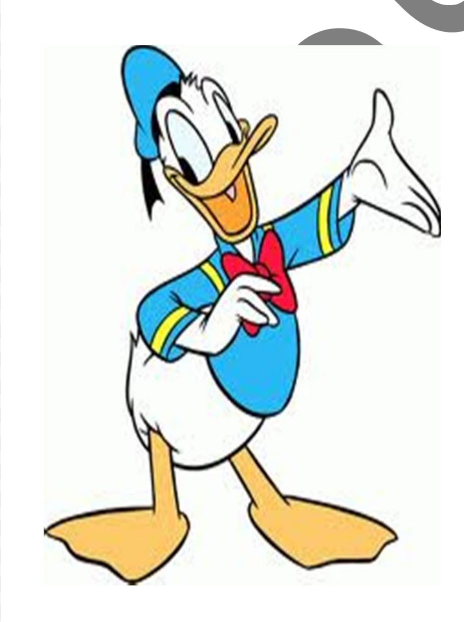
٢) الصورة القياسية للعدد ٠,٠٠٠١٥ هى ....

٣) $\sqrt{٠,١٦}$ + |٠,٦| = ...

٤) $٢^{٠} + ٢^{١} + ٢^{٢} + ٢^{٣}$ =.......................

٥) مجموع الجذرين التربعيين للعدد $٢\frac{١}{٤}$ هو ....

٦) $\sqrt{٠,٢٥}$ = ...



الجذر التكعيبى للعدد النسبى

الجذر التكعيبى للعدد م هو العدد الذى مكعبه يساوى م

$\sqrt[٣]{١٢٥}$ = ٥ لأن ٥^{٣}= ٥ x ٥ x ٥ =١٢٥

$\sqrt[٣]{-١٠٠٠}$=-١٠ لان (-١٠)^{٣}=-١٠ x -١٠ x -١٠ = -١٠٠٠

ملاحظات هامة

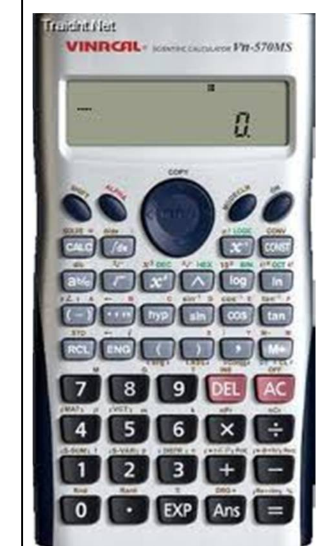
١)الجذر التكعيبى للعدد النسبى
- الموجب يكون موجباً
- السالب يكون سالباً

٢) التكعيب يلغى الجذر التكعيبى $\sqrt[٣]{م^{٣}}$ = م



كيفية ايجاد الجذر التكعيبى للعدد النسبى المكعب الكامل

بالالـــــة الحاســـــبة



$\sqrt[٣]{٢١٦}$ = ٦

$\sqrt[٣]{-٥١٢}$ = - ٨

تحليل العدد إلى عوامله الاولية

العدد الأولى : هو العدد الذى يقبل القسمةعلى نفسه والواحد الصحيح فقط .

مثلا ٢ = ٢ x ١ ، ٣ = ٣ x ١

٥ = ٥ x ١ ، ٧ = ٧ x ١

مجموعة الأعداد الأولية :

={٢ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ١١ ، ١٣ ، ....}

ملاحظات هامة

١) العدد الزوجى (رقم أحاده ٠ ، ٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨) يقبل القسمة على ٢

١٨÷٢=٩ ، ٣٦÷٢=١٨

٢) العدد الذى رقم احاده صفر أو خمسة يقبل القسمة على ٥

٢٠÷٥=٤ ، ٣٥÷٥=٧

٣) أى عدد مجموع أرقامه يقبل القسمة على ٣ فإن هذا العدد يقبل القسمة على ٣

مثلا : ٦٢٣١ مجموع أرقامه ١+٣+٢+٦=١٢ يقبل القسمة على ٣

٦٢٣١÷٣=٢٠٧٧

العدد ٥٤٢ مجموع ارقامه ٢+٤+٥=١١ لايقبل القسمة على ٣ ⟸ ٥٤٢ لايقبل القسمة على ٣

أوجد باستخدام التحليل : (١) $\sqrt[٣]{٢١٦}$ (٢) $\sqrt[٣]{\frac{-٥١٢}{١٢٥}}$

العدد	العامل
٢١٦	٢
١٠٨	٢
٥٤	٢
٢٧	٣
٩	٣
٣	٣
١	

$\sqrt[٣]{٢١٦} = ٢ \times ٣ = ٦$

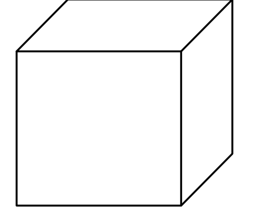
العدد	العامل
٥١٢	٢
٢٥٦	٢
١٢٨	٢
٦٤	٢
٣٢	٢
١٦	٢
٨	٢
٤	٢
٢	٢
١	

العدد	العامل
١٢٥	٥
٢٥	٥
٥	٥
١	

$\sqrt[٣]{\frac{-٥١٢}{١٢٥}} = \frac{-٨}{٥}$



حجم المكعب = طول الحرف x نفسه x نفسه





$ح = ل \times ل \times ل$ ⟵ $ح = ل^3$

مكعب حجمه ١٢٥ سم^3 فإن طول حرفه = ...سم

$ح = ل^3$ ⟸ $ل^3 = ١٢٥$ ⟸ $ل = \sqrt[3]{١٢٥} = ٥$ سم

إختر الاجابة الصحيحة

١) $\sqrt[3]{٣\frac{٣}{٨}} + \sqrt{٠,٢٥} = \frac{٣}{٢} + \frac{١}{٢} = \frac{٤}{٢} = ٢$ [$\frac{٣}{٢}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، ٢ ، -٢]



$\sqrt[3]{٣\frac{٣}{٨}} = \sqrt[3]{\frac{٢٧}{٨}} = \frac{٣}{٢}$ ، $\sqrt{٠,٢٥} = \sqrt{\frac{٢٥}{١٠٠}} = \frac{٥}{١٠} = \frac{١}{٢}$

٢) أوجد قيمة س فى كل من الحالات الاتية :-

(أ) $\sqrt[3]{س} = -\sqrt{٤}$ (ب) $س^3 - ١٢٥ = ٠$

الحل

$\sqrt[3]{س} = -٢$ بتكعيب الطرفين

$(\sqrt[3]{س})^3 = (-٢)^3$

$س = -٢ \times -٢ \times -٢ = -٨$

$س = -٨$ ⟸ م . ح = {-٨}

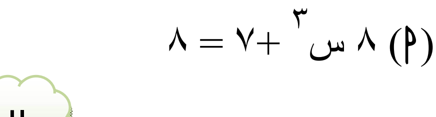
$س^3 - ١٢٥ = ٠$

$س^3 = ١٢٥$ بأخذ الجذر التكعيبى للطرفين

$س = \sqrt[3]{١٢٥} = ٥$

م . ح = {٥}

٤) **أوجد مجموعة الحل فى ح لكل من المعادلات الاتية :-**



(أ) $٨ س^{٣} + ٧ = ٨$

(ب) $(٥س-٢)^{٣} + ١٠ = ١٨$



(أ)

$٨ س^{٣} + ٧ = ٨$

$٨ س^{٣} = ٨ - ٧$

$٨ س^{٣} = ١$ بالقسمة على ٨

$س^{٣} = \frac{١}{٨}$ بأخذ الجذر التكعيبى للطرفين

$\sqrt[٣]{س^{٣}} = \sqrt[٣]{\frac{١}{٨}}$

$س = \frac{١}{٢}$

$\therefore$ م. ج $= \{ \frac{١}{٢} \}$

(ب)

$(٥س-٢)^{٣} + ١٠ = ١٨$

$(٥س-٢)^{٣} = ١٨ - ١٠ = ٨$

$(٥س-٢)^{٣} = ٨$ بأخذ الجذر التكعيبى للطرفين

$\sqrt[٣]{(٥س-٢)^{٣}} = \sqrt[٣]{٨}$

$٥س - ٢ = ٢ \Leftarrow ٥ س = ٢ + ٢$

$٥ س = ٤ \Leftarrow س = \frac{٤}{٥}$

$\therefore$ م. ج $= \{ \frac{٤}{٥} \}$





مجموعة الأعداد غير النسبية ن َ

العدد غير النسبى

هو العدد الذى لا يمكن وضعه على صورة $\frac{أ}{ب}$ حيث أ ، ب ∈ ص ، ب ≠ ٠

من أمثلة الاعداد غير النسبية :

١- الجذور التربيعية للأعداد الموجبة التى ليست مربعات كاملة

$\sqrt{٢}$ ، $\sqrt{٥}$ ، $-\sqrt{٦}$

٢- الجذور التكعيبية للأعداد النسبية التى ليست مكعبات كاملة

$\sqrt[٣]{٤}$ ، $\sqrt[٣]{١١}$ ، $\sqrt[٣]{-٣}$

* * العدد غير النسبى هو العدد الموجود تحت الجذر التربيعى او التكعيبى ولا تستطيع حسابه

٣- النسبة التقريبة π

مجموعات الاعداد التى تم دراستها هى

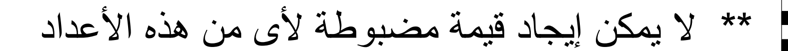
ن ، ص ، ط

ن َ



ملاحظة

** لا يمكن إيجاد قيمة مضبوطة لأى من هذه الأعداد



** الأعداد غير النسبية يرمز لها بالرمز ن َ

** أى عدد غير نسبى تنحصر قيمته بين عددين نسبيين

** ن ∩ ن َ = ∅







١) أكمل باستخدام أحد الرمزين ن ، ن/



فكر وتدرب

$\sqrt[3]{٨}$ ∋ .... $\sqrt{٨}$ ∋ ....

$\sqrt{٦}$ ∋ ....   π ∋ ....

ضع علامة √ أو x

$\sqrt{٧}$ < ٣ (x) || $\sqrt[3]{٢٠}$ < $\sqrt{٩}$ (x)

$\sqrt{٧}$ $\sqrt{٩}$ || $\sqrt[3]{٢٠}$ ٣

$\sqrt[3]{٢٠}$ $\sqrt[3]{٢٧}$



تذكر

طول ضلع مربع مساحة سطحه ٦ سم^{٢} هو عدد نسبى ( )

مساحة المربع = طول الضلع x نفسه = ل x ل = ل^{٢}



طول ضلع المربع =$\sqrt{\text{مساحته}}$ = $\sqrt{٦}$ سم .

اختر الاجابة الصحيحة :-

١) العدد غير النسبى المحصور بين – ٢ ، – ١ هو .... [–٣ ، $\frac{-١}{٢}$ ، –$\sqrt{٣}$ ، $\sqrt{٢}$]

الحل

بتربيع كلامن –٢، –١   الناتج ٤ ، ١ ∴ المحصور بينهما ٢ ،٣

الجذر السالب   –$\sqrt{٢}$ ، – $\sqrt{٣}$ ، –$\sqrt{٢}$ ، –$\sqrt{١}$

٢) العدد غير النسبى المحصور بين ٢ ،٣ هو ....   [$\sqrt{٥}$ ، ٤ ، ٩ ، ٥]

تمارين (٢)

١ أكمل الجدول الاتى :

العدد ٢	٨	١٢٥	ـ٢٧	....	$٣\frac{٣}{٨}$	$\frac{-٨}{١٢٥}$	.....	......
$\sqrt[٣]{٢}$	.....	....	....	ـ١٠	....	....	٦	ـ٤

٢ اكمل مايأتى

(٢) $-\sqrt[٣]{١٢٥}$ = ... (ب) $\sqrt[٣]{٣٤٣}$ = ... (جـ) $\sqrt[٣]{٨} + \sqrt[٣]{-٨}$ = ...

(ى) $\sqrt[٣]{٠,٠٠١}$ = ... (هـ) $\sqrt[٣]{٢٧} -\sqrt[٣]{٦٤}$ = ... (و) $\sqrt[٣]{٢^{٣}}$ = ...

٣ اختر الاجابة الصحيحة :

(٢) $\sqrt[٣]{(-٨)^{٢}}$ = ... [ـ٤ ، ٤ ، ـ٢ ، ٢]

(ب) $\sqrt{٢٥} - \sqrt[٣]{-١٢٥}$ = ... [١٠ ، ٠ ، ٥ ، ± ٥]

(جـ) $\sqrt[٣]{١٠٠٠} \times \sqrt[٣]{-٠,٠٠٨}$ = ... [١٠ ، $\frac{١}{٢}$ ، ٢ ، ـ٢]

٤ أوجد قيمة س :

١) $س^{٣} = ٥$

٢) $س^{٣} = -٨$

٣) $(س+٣)^{٣} = ٣٤٣$

٥ اكمل بأستخدام احد الرمزين ∈ ، ∉

١) ٥ .... ن

٢) $\sqrt[٣]{-٩}$ .... ن

٣) ـ٠,٧ .... ن

٦ ضع علامة √ أو x

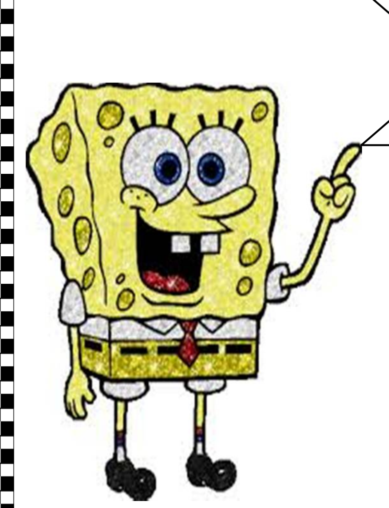
١) $(٢,٣ \times ١٠^{٥}) \in$ ن ( )

٢) $\sqrt[٣]{١٠٠٠} \in$ ن ( )

٣) $|-٥| \in$ ن َ ( )

٧ أوجد بالتحليل قيمة $\sqrt[٣]{٩٢٦١}$ ، $\sqrt[٣]{\frac{٢٧}{٨}}$

إيجاد قيمة تقريبية للعدد غير النسبى



*** أى عدد غير نسبى قيمته تنحصر بين عددين نسبيين .**

مثال١ أكمل العبارات الاتية

(١) ٤ < ٧ < ٩ فإن ٢ < $\sqrt{٧}$ < ٣

(٢) ..... < ٣ < ..... فإن ..... < $\sqrt{٣}$ < .....

(٣) ..... < ١٠ < ..... فإن ..... < $\sqrt{١٠}$ < .....

(٤) ..... < ١٧ < ..... فإن ..... < $\sqrt{١٧}$ < .....

(٥) ..... < ٢٩ < ..... فإن ..... < $\sqrt{٢٩}$ < .....

(٦) ..... < ٤١ < ..... فإن ..... < $\sqrt{٤١}$ < .....

(٧) ..... < ٩ < ..... فإن ..... < $\sqrt[٣]{٩}$ < .....

مثال٢ اثبت أن $\sqrt{٣}$ ينحصر بين ١,٧ ، ١,٨

الحل

$(\sqrt{٣})^٢$ = ٣ ، $(١,٧)^٢$ = ٢,٨٩ ، $(١,٨)^٢$ = ٣,٢٤

∵ ٢,٨٩ < ٣ < ٣,٢٤ بأخذ الجذر التربيعى للأطراف الثلاثة

∴ $\sqrt{٢,٨٩}$ < $\sqrt{٣}$ < $\sqrt{٣,٢٤}$

∴ ١,٧ < $\sqrt{٣}$ < ١,٨

∴ $\sqrt{٣}$ ينحصر بين ١,٧ ، ١,٨

*** أوجد عددين صحيحين متتاليين ينحصر بينهما العدد $\sqrt{12}$**



$\because 9 < 12 < 16$ بأخذ الجذر التربيعى للأطراف الثلاثة

$\therefore \sqrt{9} < \sqrt{12} < \sqrt{16}$

$\therefore 3 < \sqrt{12} < 4 \Leftarrow$ $\sqrt{12}$ ينحصر بين ٣ ، ٤

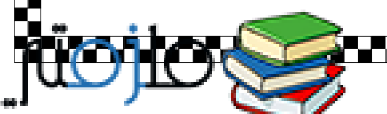
*** أوجد عددين صحيحين متتاليين ينحصر بينهما العدد $\sqrt[3]{-20}$**

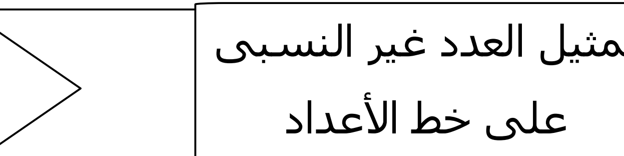


$\because -27 < -20 < -8$ بأخذ الجذر التكعيبى للأطراف الثلاثة

$\sqrt[3]{-27} < \sqrt[3]{-20} < \sqrt[3]{-8}$

$-3 < \sqrt[3]{-20} < -2 \Leftarrow$ $\sqrt[3]{-20}$ ينحصر بين ـ ٣ ، ـ ٢





* لتمثيل العدد $\sqrt{م}$ على خط الأعداد نرسم مثلثا قائم الزاوية فيه :

طول أحد ضلعى القائمة = $\frac{م - ١}{٢}$ ، وطول وتره = $\frac{م + ١}{٢}$

ونرسم الوتر بإستخدام الفرجار .

$\frac{م+١}{٢}$ $\frac{م-١}{٢}$ $\sqrt{م}$

مثال٣ مثل العدد $\sqrt{٧}$ على خط الأعداد

الحل

نرسم مثلثا قائم الزاوية

طول ضلع القائمة = $\frac{٧ - ١}{٢}$ = ٣ سم

وطول وتره = $\frac{٧ + ١}{٢}$ = ٤ سم

ونرسم المثلث من عند الصفر

ونتحرك جهة اليمين .

٣سم ٤سم

-٢ -١ ٠ ١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦

$\sqrt{٧}$

مثال٤ مثل العدد ٢ + $\sqrt{٥}$ على خط الأعداد .

نرسم مثلثا قائم الزاوية

طول ضلع القائمة = $\frac{٥ - ١}{٢}$ = ٢ سم

وطول وتره = $\frac{٥ + ١}{٢}$ = ٣ سم

ونرسم المثلث من عند ٢

ونتحرك جهة اليمين .

٢سم ٣سم

-٢ -١ ٠ ١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧

٢ + $\sqrt{٥}$

*** أوجد قيمة س فى كل من الحالات الاتية وبين ما إذا كانت س ∈ ن أو ن'**

(١) ٢ س^{٢} = ٦ (٢) (س − ١)^{٢} = ٤



٢ س^{٢} = ٦ بالقسمة على ٢

س^{٢} = ٣ بأخذ الجذر التربيعى للطرفين

∴ س = ± $\sqrt{٣}$ ∈ ن'

∴ م. ج = {± $\sqrt{٣}$}

(س − ١)^{٢} = ٤ بأخذ الجذر التربيعى للطرفين

∴ س − ١ = ± ٢

∴ س − ١ = ٢ أو س − ١ = −٢

∴ س = ٢ + ١ = ٣ ∴ س = −٢ + ١ = −١

∴ م. ج = {٣ ، −١}

*** إذا كانت س عددا صحيحا أوجد قيمة س فى كل من الحالات الاتية :**

(١) س < $\sqrt{١٢٥}$ < س + ١ (٢) س < $\sqrt[٣]{١٠٠}$ < س + ١

الحل

∵ ١٢١ < ١٢٥ < ١٤٤

∴ $\sqrt{١٢١}$ < $\sqrt{١٢٥}$ < $\sqrt{١٤٤}$

∴ ١١ < $\sqrt{١٢٥}$ < ١٢

∴ س = ١١

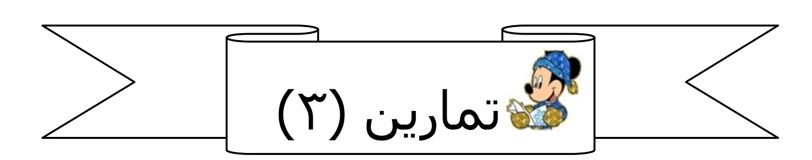
∵ ٦٤ < ١٠٠ < ١٢٥

∴ $\sqrt[٣]{٦٤}$ < $\sqrt[٣]{١٠٠}$ < $\sqrt[٣]{١٢٥}$

∴ ٤ < $\sqrt[٣]{١٠٠}$ < ٥

∴ س = ٤





تمارين (٣)

١ ضع دائرة حول العدد غير النسبى فى كل مما يأتى : -

√٣ ، −٠,٢ ، ∛(−١) ، صفر ، ∛٩ ، −√(٤/٢٥)

٢ أوجد قيمة س فى كل من الحالات الاتية وبين ما إذا كانت س ∈ ن أو ن′

(١) ٤ س^٢ = ٩ (٢) س^٣ = ١٢٥ (٣) (س−١)^٣ = ١

[± ٣/٢ ، ٥ ، ٢]

٣ إذا كانت س عددا صحيحا أوجد قيمة س فى كل من الحالات الاتية :

(١) س < √٧ < س+١ (٢) س < √٨٠ < س+١

(٣) س < ∛٥ < س+١ (٤) س < ∛٣٠ < س+١

[٢ ، ٨ ، ١ ، ٣]

٤ اختر الاجابة الصحيحة :

(١) العدد غير النسبى المحصور بين ٢، ٣ هو .... [√١٠ ، √٧ ، ٢,٥ ، √٧]

(٢) √١٠ ≃ .... [٢,٩٩ ، ٣,٧١ ، ٣ ، −٣,٢]

(٣) أقرب عدد صحيح للعدد ∛٢٥ هو .... [٥ ، ٣ ، ٢ ، ١٢,٥]

٥ اثبت أن √٧ ينحصر بين ٢,٦ ، ٢,٧

٦ مثل الأعداد الاتية على خط الأعداد :

(١) √١٣ (٢) ٣ + √١١ (٣) ٥ − √٧

مجموعة الأعداد الحقيقية

مجموعة الأعدادالحقيقية ح

هى المجموعة الناتجة من إتحاد مجموعة الأعداد النسبية ن ومجموعة الأعدادالغير نسبية ن'

ملاحظات

(١) ح = ن ∪ ن'

(٢) ن ∩ ن' = ∅

(٣) $ح^*$ = ح − { ٠ }

(٤) ح = $ح_+$ ∪ { ٠ } ∪ $ح_-$

(٥) $ح_+$ = { س : س ∈ ح ، س > ٠ }

(٦) $ح_-$ = { س : س ∈ ح ، س < ٠ }

(٧) مجموعة الاعداد الحقيقية غير السالبة = $ح_+$ ∪ { ٠ } = {س:س∈ ح ، س ≥ ٠ }

(٨) مجموعة الاعداد الحقيقية غير الموجبة = $ح_-$ ∪ { ٠ } = {س:س∈ ح ، س ≤ ٠ }

(٩) كل عدد حقيقى تمثله نقطة وحيدة على خط الأعداد .

(١٠) الاعداد الحقيقية المتساوية تمثلها نقطة وحيدة على خط الاعداد .

(١١) كل عدد غير نسبى تنحصر قيمته بين عددين نسبيين .

فكر



ضع علامة √ أو x



(١) كل عدد طبيعى هو عدد صحيح ( )

(٢) الصفر ينتمى الى مجموعة الأعداد النسبية ( )

(٣) ص = $ص_+$ ∪ $ص_-$ ( )



علاقة الترتيب فى مجموعة الأعدادالحقيقية ح

* مجموعة الأعداد الحقيقية ح : -

(أ) مرتبة تصاعديا من اليسار إلى اليمين

(ب) مرتبة تنازليا من اليمين إلى اليسار

ترتيب تصاعدى ←

أعداد حقيقية موجبة | أعداد حقيقية سالبة

$ح^{+}$ صفر $ح^{-}$

→ ترتيب تنازلى

* **رتب الأعداد الأتية ترتيباً تصاعديا :**

$\sqrt{٢٧}$ ، $-\sqrt{٤٥}$ ، $\sqrt{٢٠}$ ، ٦ ، ٠ ، $\sqrt[٣]{-١}$

الحل

* **رتب الأعداد الأتية ترتيباً تنازليا :** $\sqrt{٦٢}$ ، ٨ ، $-\sqrt{٥٠}$ ، $\sqrt{٧٠}$

الحل

* **أكمل مكان النقط بوضع > أو = أو <**



(١) $١ + \sqrt{٢}$ ☐ $\sqrt{٣}$

(٢) $٣ - \sqrt{٢}$ ☐ $\sqrt[٣]{-١}$

(٣) $\sqrt[٣]{-٢٤}$ ☐ -٢

تمارين (٤)

١ أكمل الجدول الاتى

العدد	عدد طبيعى	عدد صحيح	عدد نسبى	عدد غير نسبى	عدد حقيقى
-٥					
$\sqrt[٣]{٩}$					
$\lvert -٢ \rvert$					
$\frac{٥}{٢}$					
٠,٣					

٢ رتب الأعداد الأتية ترتيباً تنازليا : $\sqrt{٥٠}$ ، ٥ ، $-\sqrt{٢٠}$ ، صفر ، ٣ ، $\sqrt{٧}$

٣ رتب الأعداد الأتية ترتيباً تصاعديا : $\sqrt{٢١}$ ، $-\sqrt{٥٠}$ ، ٤ ، $\sqrt{٨}$ ، ٥

٤ أكمل مكان النقط بوضع < أو = أو >

(١) $\sqrt{٥}$ □ ٢

(٢) $\sqrt{٧}$ □ ٢,٦

(٣) $\sqrt[٣]{٨}$ □ $\sqrt{٤}$

(٤) $\sqrt[٣]{-٢٧}$ □ $\sqrt{٤}$

(٥) $\sqrt[٣]{-٩}$ □ -٣

(٦) $\sqrt[٣]{-٦٤}$ □ $-\sqrt{١٦}$

الفترات

الفترة هى مجموعة جزئية من الأعداد الحقيقية.

ملاحظة الفترة تبدأ بالعدد الأصغر وتنتهى بالعدد الأكبر .

الفترات المحدودة

(١) الفترة المغلقة [ٲ ، ب]

[ٲ ، ب] = {س: س ∈ ح ، ٲ ≤ س ≤ ب }

ٲ ∈ [ٲ ، ب] ، ب ∈ [ٲ ، ب]

ٲ ب

مثال١ [٢ ، ٥] = {س: س ∈ ح ، ٢ ≤ س ≤ ٥ }

٢ ٥

(٢) الفترة المفتوحة] ٲ ، ب [= { س : س ∈ ح ، ٲ < س < ب }

ٲ ∉] ٲ ، ب [، ب ∉] ٲ ، ب [

ٲ ب

مثال٢

] -٢، ٣ [= { س : س ∈ ح ، -٢ < س < ٣ }

-٢ ٣

(٣) الفترات النصف مفتوحة (النصف مغلقة)

[ٲ ، ب [

[ٲ ، ب [= { س : س ∈ ح ، ٲ ≤ س < ب }

ٲ ب

ٲ ∈ [ٲ ، ب [، ب ∉ [ٲ ، ب [

] ٲ ، ب]

] ٲ ، ب] = { س : س ∈ ح ، ٲ < س ≤ ب }

ٲ ب

ٲ ∉] ٲ ، ب] ، ب ∈] ٲ ، ب]

مثال٣

[-١، ٤ [= { س : س ∈ ح ، -١ ≤ س < ٤ }

-١ ٤

] -٣، ٢] = { س : س ∈ ح، -٣ < س ≤ ٢ }

-٣ ٢

ملاحظة

١ ∋ و ∌ تستخدم مع العناصر (الأعداد)

٢ ⊂ و ⊄ تستخدم مع المجموعة او الفترة

* أكمل بوضع علامة ∋ أو ∌ أو ⊂ أو ⊄ لتكون العبارة صحيحة :-

(أ) -١ .... [-١ ، ٣]

(ب) ٢ ....] ٢ ، ٥ [

(جـ) ٤ .... [١ ، ٤]

(ء) $٢.٣ \, x \, ١٠^{-٥}$ ....] ٠ ، ١[

(هـ) | - ٥| .... [٤ ، ٦]

(و) $\sqrt[٣]{-٨}$ .... [-١ ، ٢]

(م) [٠ ، ٣] .... [-١ ، ٥]

(و) [١ ، ٢] .... [٣ ، ٥]

* **أكتب على صورة فترة مجموعات الأعداد الاتية ومثل كلا منها على خط الأعداد :-**

(١) { س : س ∋ ح ، -٢> س > ١ } = ...

(٢) { س : س ∋ ح ، -٢ ≥ س > ٣ } = ...

(٣) {س: س ∋ ح ، ٠ ≥ س ≥ ٤ } = ...

(٤) { س : س ∋ ح ، -٥ > س ≥ -١ } = ...

فكر

اكتب الفترة التى يعبر عنها كل شكل من الأشكال الاتية :-

(١) ٠ ، ٣ ....

(٢) -٤ ، ١ ....

(٣) -٥ ، -١ ....

امتحان ٢٠١٣/٢٠١٢ : اختر الاجابة الصحيحة :-

الشكل المقابل يمثل الفترة ....

-٣ ، ٥

(أ)] -٣ ، ٥ [(ج)] -٣ ، ٥]

(ب) [-٣ ، ٥] (د) [-٣ ، ٥ [



تمارين (٥)



١ مثل الفترات الاتية على خط الأعدادثم اكتبها بطريقة الصفة المميزة :-

(أ) [-١ ، ٣]   (جـ) [-٢ ، ٢]

(ب)] ٠ ، ٤]   (ء) [-٥ ، ٣ [



٢ اكتب على صورة فترة مجموعات الأعداد الاتية ثم مثلها على خط الأعداد :-

(أ) { س : س ∈ ح ، -١ < س < ٤ }

(ب) { س : س ∈ ح ، ١ ≤ س ≤ ٥ }

(جـ) { س : س ∈ ح ، -٣ < س ≤ ٤ }

(ء) { س : س ∈ ح ، -٥ ≤ س < -١ }

٣ اكتب الفترة التى يعبر عنها كل شكل من الأشكال الاتية :-

(أ)



(ب)

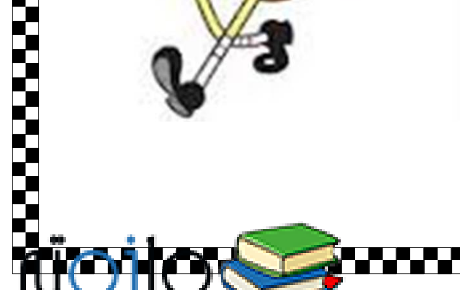
١ ٤

(جـ)



(ء)

٢ -٣



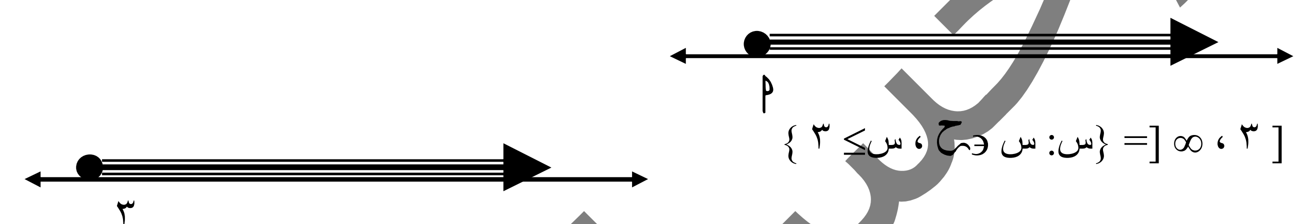
الفترات غير المحدودة

❀ **الرمزان ∞ ، - ∞**

∞ " يقرأ لا نهاية " وهو يعنى أكبر من أى عدد حقيقى يمكن تصوره . وتأخذ الرمز $>$ أو $\leq$

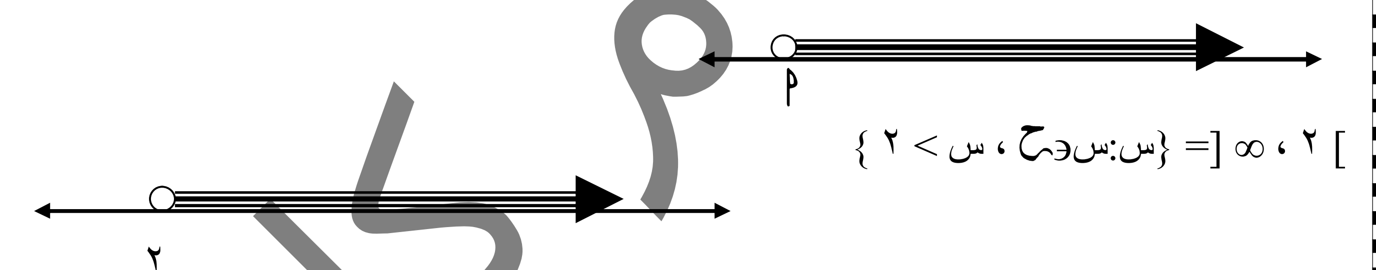
- ∞ "يقرأ سالب لا نهاية" وهو يعنى أصغر من أى عدد حقيقى يمكن تصوره . وتأخذ الرمز $<$ أو $\geq$

(١) [م ، ∞ [= {س: س ∈ ح ، س ≤ م } وهى تعبر عن العدد م وجميع الأعداد الحقيقية الأكبر منه .



[٣ ، ∞ [= {س: س ∈ ح ، س ≤ ٣ }

(٢)] م ، ∞ [= {س:س∈ح ، س > م } وهى تعبر عن جميع الأعداد الحقيقية الأكبر من م



] ٢ ، ∞ [= {س:س∈ح ، س > ٢ }

(٣)] - ∞ ، م]={س:س∈ح،س≤ م} وهى تعبر عن العدد م وجميع الأعداد الحقيقية الأصغر منه .

م

] - ∞ ، ٠]={س:س∈ح ، س≤ ٥}

٥

(٤)] - ∞ ،م [={س : س∈ح ، س <م } وهى تعبر عن جميع الأعداد الحقيقية الأقل من م

م

] - ∞ ،٢ [={س : س∈ ح ، س < ٢ }

٢

٢٤





(١) مجموعة الأعداد الحقيقية ح = [- ∞ ، ∞]

(٢) مجموعة الأعداد الحقيقية ح = ن ∪ ن/

(٣) مجموعة الاعداد الحقيقية الموجبة $ح_+$ = [٠ ، ∞]

(٤) مجموعة الاعداد الحقيقية السالبة $ح_-$ = [- ∞ ، ٠]

(٥) مجموعة الاعداد الحقيقية غير السالبة =] ٠ ، ∞]

(٦) مجموعة الاعداد الحقيقية غير الموجبة =] - ∞ ، ٠ [

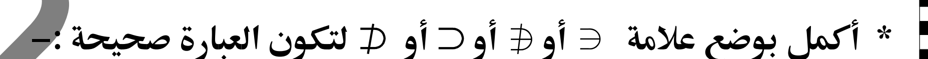
تدريب **اكتب على صورة فترة مجموعات الأعداد الأتية ثم مثلها على خط الأعداد:-**

(١) {س: س ∈ ح ، س ≤ ٢ } = ...

(٢) {س : س ∈ ح ، س > -٢} = ...

(٣) {س:س∈ح ، س < -٧ } = ...

(٤) {س:س∈ح ، س ≤ $\sqrt[3]{-8}$ } = ...

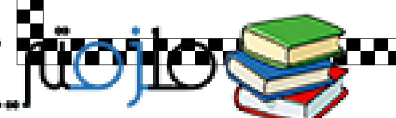


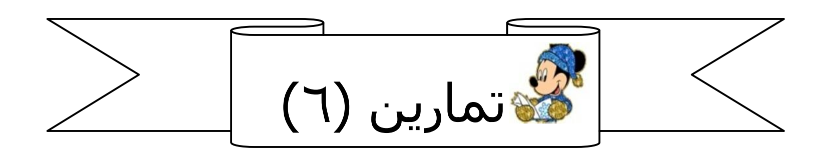
* **أكمل بوضع علامة ∈ أو ∉ أو ⊂ أو ⊄ لتكون العبارة صحيحة :-**

(١) ٣ × ١٠^١٠ ....] ٣ ، ∞]

(٢) [٠ ، ٢] .... [٠ ، ∞]

(٣)] -٣ ، ١ [........ [٢ ، ∞]





١ اكتب الفترات الأتية بطريقة الصفة المميزة ثم مثلها على خط الأعداد:-

(أ) $[3, \infty[$ (ب) $]-\infty, 4]$

(ج) $]1, \infty[$ (د) $]-\infty, 2[$

٢ اكتب على صورة فترة مجموعات الأعداد الاتية ثم مثلها على خط الأعداد :-

(أ) س = {س : س ∈ ح ، س ≥ ١ }

(ب) س = {س : س ∈ ح ، س > - ٢ }

(ج) س = {س : س ∈ ح ، س ≤ - ٤}

(د) س = {س : س ∈ ح ، س < ٢}

٣ أكمل بوضع علامة ∈ أو ∉ أو ⊂ أو ⊄ لتكون العبارة صحيحة :-

(أ) ٣ .... $]-\infty, 4[$ (ب) $[1, 2]$ .... $]-1, \infty[$

(ج) -٥ .... $]-\infty, -6[$ (د) $]0, 2[$ .... $]0, \infty[$

٤ اختر الإجابة الصحيحة :-

(أ) ح = ...

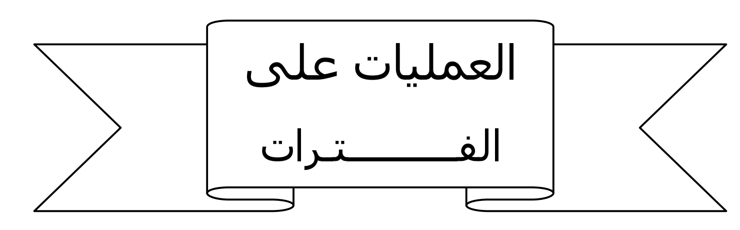
(١) $]0, \infty[$ (٢) $]-\infty, 0]$ **(٣)** $]-\infty, \infty[$ (٤) $]-\infty, 0[$

(ب) -٣ .... $]-\infty, 0[$

(١) ∈   (٢) ∉   (٣) ⊂   (٤) ⊄

(ج) $]0, 2[$ .... $]4, \infty[$

(١) ∈   (٢) ∉   (٣) ⊂   **(٤)** ⊄



العمليات على الفـــــــترات

* حيث أن الفترات مجموعة جزئية من الأعداد الحقيقية ح فإنه يمكن إجراء عمليات الإتحاد والتقاطع والفرق والمكملة بالاستعانة بخط الأعداد .

الاتحاد ⁣ $أ \cup ب$ = جميع العناصر الموجودة فى الفترتين.

التقاطع ⁣ $أ \cap ب$ = جميع العناصر المشتركة بين الفترتين.

الفرق ⁣ أ − ب = جميع العناصر الموجودة فى أ وغير موجودة فى ب.

المكملة ⁣ مكملة فترة هى الفترة المتبقية من مجموعة الأعداد الحقيقية

مثال١ إذا كان س = [٢ ، ٥ [، ص =] − ١ ، ٣] أوجد مستعينا بخط الأعداد كل من :

(١) س ∪ ص ⁣ ⁣ (٣) س − ص

(٢) س ∩ ص ⁣ ⁣ (٤) ص − س

الحل

ص − س ⁣ − ١ ⁣ ٢ ⁣ س ∩ ص ⁣ ٣ ⁣ س − ص ⁣ ٥

(١) س ∪ ص =] − ١ ، ٥ [⁣ " أول رقم واخر رقم"

(٢) س ∩ ص = [٢ ، ٣] ⁣ " الرقمان المشتركان "

(٣) س − ص =] ٣ ، ٥ [⁣ "نعكس قوس العدد الداخلى"

(٤) ص − س =] − ١ ، ٢ [⁣ "نعكس قوس العدد الداخلى"

ملاحظات

(١) الإتحاد بين مجموعة وفترة مفتوحة ومتشابهين فى العدد يغلق الفترة المفتوحة

(أ)]–١ ، ٣[∪ {–١ ، ٣} = [–١ ، ٣]

(ب)]٠ ، ∞[∪ {٠} = [٠ ، ∞[

(٢) الفرق بين فترة مغلقة ومجموعة يفتح الفترة للأعداد المتشابهة

(أ) [–١ ، ٣] – {–١ ، ٣} =]–١ ، ٣[

(ب) [٠، ٢] – {٢} = [٠، ٢[

مثال٢

إذا كان س = [–١، ٤] ، ص = [٣، ∞[، ع = {٤ ، ٣} أوجد مستعينا بخط الأعداد كل من :-

(١) س ∪ ص	(٤) ص – س	(٧) س – ع
(٢) س ∩ ص	(٥) سَ	(٨) ص – ع
(٣) س – ص	(٦) صَ	(٩) ص ∩ ع

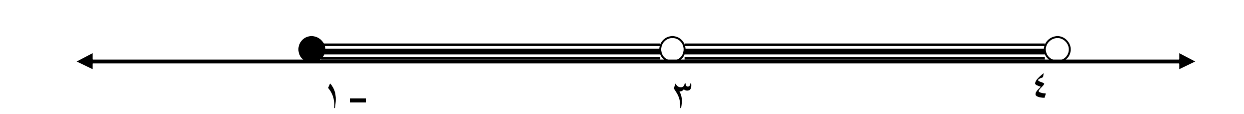
الحل

(١) س ∪ ص = ... (٣) س – ص = ...

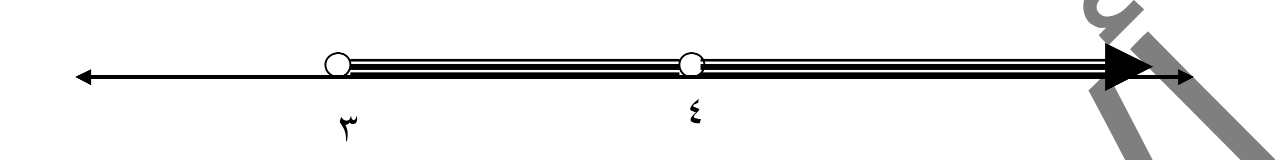
(٢) س ∩ ص = ... (٤) ص – س = ...

(٥) سَ = ... ∪ ....

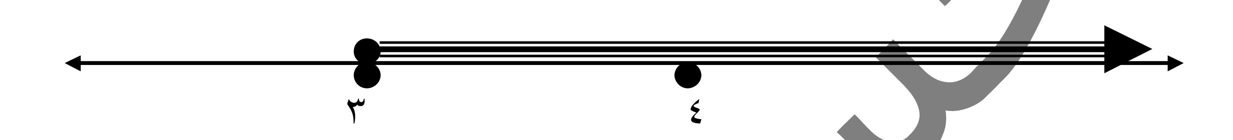
(٦) صَ = ...



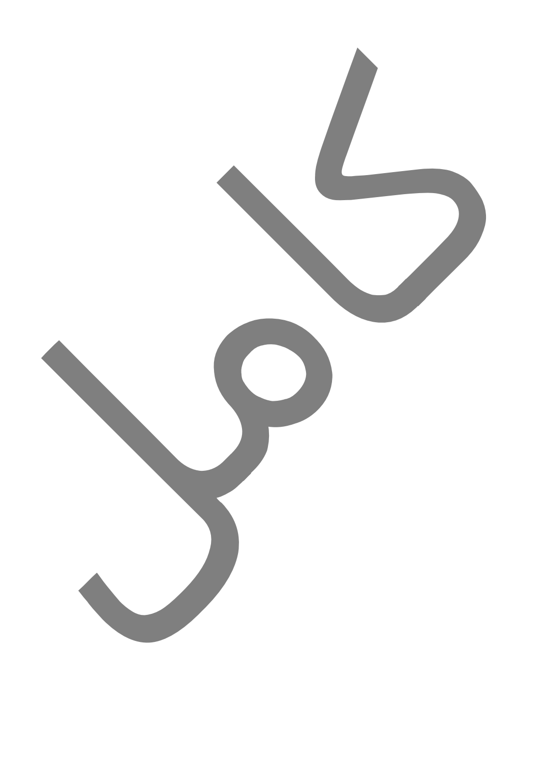
(٧) س − ع = [-١، ٤] − {٤ ، ٣} = [-١، ٤] − {٣}

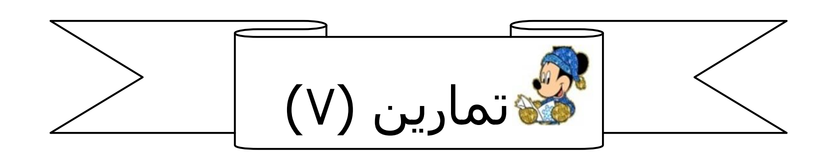


(٨) ص − ع = [٣، ∞ [− {٤ ، ٣} =] ٣، ∞ [− {٤}



(٩) ص ∩ ع = [٣، ∞ [∩ {٤ ، ٣} = {٤ ، ٣}





١ اكمل الجدول الاتى :-

الفترة	التعبير بصورة الصفة المميزة	تمثيلها على خط الأعداد
[−١ ، ٢]		
]−١ ،٣[		
		←——→
	{س : س∈ح ، س > −١ }	
		−٢ ، ٣
	{س:س∈ح ، س ≤ ٥ }	

٢ اختر الإجابة الصحيحة :-

(١) [٢، ٧] − { ٢ ، ٧} = ... (أ) [١، ٦] (ب) ∅ (جـ)]٢، ٧[(ء) {٠}

(٢) [٠ ، ٥] ∪ [٣، ٨] = ... (أ) [٣، ٥ [(ب) [٣، ٥] (جـ) [٠، ٨] (ء)] ٠، ٨]

(٣) [١ ، ٥] ∩]-٢، ٣] = ... (أ) {١، ٣} (ب)]١، ٣[(جـ) [١، ٣] (ء)] ١، ٣]

(٤) [−١، ٢[− [١ ، ٤] = ... (أ) [−١، ١[(ب) {−١، ١} (جـ)]−١، ١] (ء)]−١، ١]

٣ إذا كان س = [٢، ∞ [، ص =]−٢، ٣[أوجد مستعينا بخط الأعداد كل من :-





(٢) س ∩ ص



(٣) س − ص







العمليات على الأعداد الحقيقيــة

خواص عملية الجمع فى ح

(١) **خاصية الانغلاق** :- مجموع أى عددين حقيقيين هو عدد حقيقى

إذا كان أ ∈ ح ، ب ∈ ح فإن أ + ب ∈ ح ⟸ ٢√٥ + ٤√٥ = ٦√٥ ∈ ح

****

(٢) **خاصية الإبدال** :- عملية جمع الأعداد الحقيقية عملية أبدالية

إذا كان أ ∈ ح ، ب ∈ ح فإن أ + ب = ب + أ ⟸ ٢ + √٥ = √٥ + ٢

****

(٣) **خاصية التجميع (الدمج)** :- لاى ثلاث أعداد حقيقية أ ، ب ، جـ فإن :-

أ + ب + جـ = (أ + ب) + جـ = أ + (ب + جـ)

****

(٤) **العنصر المحايد الجمعى** :- الصفر هو العنصر المحايد الجمعى فى ح

لأن أ + صفر = صفر + أ = أ

****

(٥) **المعكوس الجمعى** لكل عدد حقيقى أ يوجد معكوس جمعى – أ ويكون أ + (– أ) = صفر

العدد ٥√٣ معكوسه الجمعى – ٥√٣ ⟸ – ٥√٣ + ٥√٣ = صفر

لاحظ أن المعكوس الجمعى للعدد صفر هو صفر

خواص عملية الضرب فى ح

(١) **خاصية الاغلاق** حاصل ضرب أى عددين حقيقيين هو عدد حقيقى

إذا كان ﺃ ∈ ح ، ب ∈ ح فإن ﺃ × ب ∈ ح ⟸ ٥ × √٣ = ٥ √٣ ∈ ح

****

(٢) **خاصية الإبدال** عملية ضرب الأعداد الحقيقية عملية أبدالية

إذا كان ﺃ ∈ ح ، ب ∈ ح فإن ﺃ × ب = ب × ﺃ ⟸ ٢ × √٥ = √٥ × ٢ = ٢ √٥

****

(٣) **خاصية التجميع (الدمج)** لاى ثلاث أعداد حقيقية ﺃ ، ب ، جـ فإن

ﺃ × ب × جـ = (ﺃ × ب) × جـ = ﺃ × (ب × جـ)

مثلا ٤ × √٣ × ٢٥ = (٤ × ٢٥) × √٣ = ١٠٠ √٣

****

(٤) **العنصر المحايد الضربى** الواحد هو العنصر المحايد الضربى فى ح

لأن ﺃ × ١ = ١ × ﺃ = ﺃ

****

(٥) **المعكوس الضربى** لكل عدد حقيقى ﺃ ≠ صفر يوجد معكوس ضربى هو ١/ﺃ

العدد ٥ معكوسه الضربى ١/٥

ملاحظة

(١) المعكوس الضربى للعدد واحد هو واحد

(٢) الصفر ليس له معكوس ضربى

<u>توزيع الضرب على الجمع :</u> لاى ثلاث أعداد حقيقية ا ، ب ، جـ فإن

ا × (ب + جـ) = ا × ب + ب × جـ

مثلا ٢ × (٣ + $\sqrt{٥}$) = ٢ × ٣ + ٢ × $\sqrt{٥}$ = ٦ + ٢$\sqrt{٥}$

*** أكتب بحيث يكون المقام عدد صحيح** :-

(١) $\frac{٨}{٣\sqrt{٢}}$ (٢) $\frac{٢٥}{٢\sqrt{١٠}}$

الحل

(١) $\frac{٨ \times \sqrt{٢}}{٣\sqrt{٢} \times \sqrt{٢}} = \frac{٨ \times \sqrt{٢}}{٣ \times ٢} = \frac{٤\sqrt{٢}}{٣}$

(٢) $\frac{٢٥}{٢\sqrt{١٠}}$ = ... = ...

* إذا كان س = $\sqrt{١٠}$ +٢ ، ص = $\sqrt[٣]{٢٦}$ – ١ اعط تقديرا لحاصل الضرب س × ص واستخدم الالة الحاسبة لايجاد الفرق بين تقديرك والاجابة الصحيحة .

الحل

تقدير $\sqrt{١٠}$ = ٣ ⟸ تقدير س = $\sqrt{١٠}$ +٢ = ٣+٢ = ٥

تقدير $\sqrt[٣]{٢٦}$ = ٣ ⟸ تقدير ص = $\sqrt[٣]{٢٦}$ – ١ = ٣ – ١ = ٢

تقدير س × ص = ٥ × ٢ = ١٠

بالالة الحاسبة س × ص = ($\sqrt{١٠}$ +٢) × ($\sqrt[٣]{٢٦}$ – ١) = ١٠.١٣٠٩٤٩٦١ ∴ التقدير مقبول



*** اختصر لأبسط صورة :-**

(١) $-\sqrt{٣}\,(-٥-\sqrt{٣})$ (٣) $(\sqrt{٣}+٢)(\sqrt{٣}-١)$

(٢) $(\sqrt{٢}+١)(\sqrt{٢}-١)$ (٤) $\sqrt{٥}\,(٣-\sqrt{٥})-٢\,(١+\sqrt{٥})$

الحل

(١) $-\sqrt{٣}\,(-٥-\sqrt{٣}) = -\sqrt{٣} \times -٥ - \sqrt{٣} \times -\sqrt{٣} = ٥\sqrt{٣}+٣$

==================

(٢) $(\sqrt{٢}+١)(\sqrt{٢}-١) = \sqrt{٢} \times \sqrt{٢} - \sqrt{٢} \times ١ + ١ \times \sqrt{٢} + ١ \times -١$

$= ٢ - \cancel{\sqrt{٢}} + \cancel{\sqrt{٢}} - ١ = ٢ - ١ = ١$

حاول بنفسك

======================

(٣) $(\sqrt{٣}+٢)(\sqrt{٣}-١) =$



========================

(٤) $\sqrt{٥}\,(٣-\sqrt{٥})-٢\,(١+\sqrt{٥}) =$

تمارين (٨)

١ أكمل لتحصل على عبارة صحيحة :-

(١) $\sqrt{٢}$ + ٥ = ٥ + ...

(٥) ٣ $\sqrt{٥}$ x = $\sqrt{٥}$ x ....

(٢) $\sqrt{١١}$ + (- $\sqrt{١١}$) = ...

(٦) $\sqrt{٧}$ x $\sqrt{٧}$ = ...

(٣) المعكوس الجمعى للعدد $\sqrt[٣]{٨}$ هو ....

(٧) المحايد الضربى فى ح هو ....

(٤) ٧ + $\sqrt{٥}$ - ٣ = ...

(٨) ٢ $\sqrt{٥}$ x ٣ $\sqrt{٥}$ = ...

٢ اختر الإجابة الصحيحة :-

(١) ٢ $\sqrt{٣}$ + ٣ $\sqrt{٣}$ = ... [٥ $\sqrt{٦}$ ، ٥ $\sqrt{٣}$ ، ٦ $\sqrt{٣}$ ، ٥ $\sqrt[٣]{٣}$]

(٢) ٥ + ٧ $\sqrt{٢}$ - ٤ + $\sqrt{٢}$ = ... [١٥ ، ١ + ٧ $\sqrt{٢}$ ، ١ + ٨ $\sqrt{٢}$ ، ١ + ٧ $\sqrt{٢}$]

(٣) -٢ $\sqrt{٣}$ x $\sqrt{٣}$ = ... [-٦ ، -٢ $\sqrt{٣}$ ، ٢ $\sqrt{٣}$ ، ٦]

(٤) $\frac{٦}{\sqrt{٣}}$ = ... [$\sqrt{٢}$ ، ٢ $\sqrt{٣}$ ، ٦ $\sqrt{٣}$ ، ٢]

٣ اختصر لأبسط صورة :-

(١) $\sqrt{٢}$ (٥ + $\sqrt{٢}$)

(٢) ٢ $\sqrt{٣}$ + ٥ + $\sqrt{٣}$ - ٦

(٣) ٢ $\sqrt{٧}$ - ٣ $\sqrt{٢}$ + $\sqrt{٧}$ + ٥ $\sqrt{٧}$

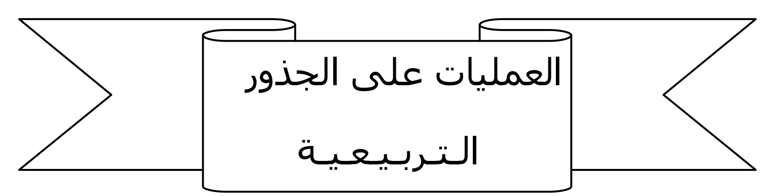
٤ إذا كان م = $\sqrt{٣}$ + ٢ ، ب = $\sqrt{٣}$ - ٢ أوجد قيمة :-

(١) م + ب [٢ $\sqrt{٣}$]

(٢) م - ب [٤]

(٣) م ب [-١]





العمليات على الجذور التربيعية

إذا كان أ، ب عددين حقيقيين غير سالبين فإن :-

(١) $\sqrt{\text{أ}} \times \sqrt{\text{ب}} = \sqrt{\text{أب}} \Longleftarrow \sqrt{٢} \times \sqrt{٣} = \sqrt{٦}$

(٢) $\sqrt{\text{أب}} = \sqrt{\text{أ}} \times \sqrt{\text{ب}} \Longleftarrow \sqrt{٢٠} = \sqrt{٤ \times ٥} = \sqrt{٤} \times \sqrt{٥} = ٢\sqrt{٥}$

(٣) $\sqrt{\frac{\text{أ}}{\text{ب}}} = \frac{\sqrt{\text{أ}}}{\sqrt{\text{ب}}} \Longleftarrow \sqrt{\frac{٥}{٩}} = \frac{\sqrt{٥}}{\sqrt{٩}} = \frac{\sqrt{٥}}{٣}$

ملاحظة إذا وجد كسر تحت الجذر التربيعى فاننا ندخل العدد الذى يوجد خارج الجذر التربيعى تحت الجذر التربيعى .

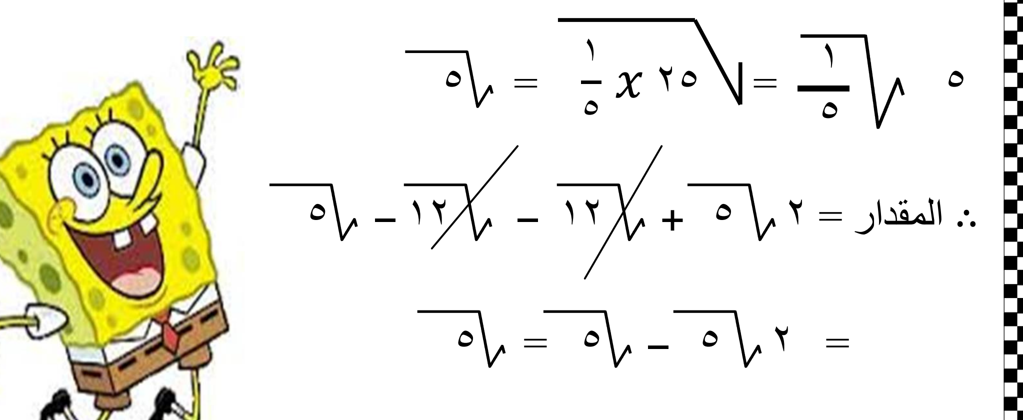
$$٦\sqrt{\frac{١}{٢}} = \sqrt{٣٦ \times \frac{١}{٢}} = \sqrt{١٨} = \sqrt{٩ \times ٢} = ٣\sqrt{٢}$$

*** اختصر لأبسط صورة :-** $٢\sqrt{٥} + ٦\sqrt{\frac{١}{٣}} - \sqrt{١٢} - ٥\sqrt{\frac{١}{٥}}$

الحل

$$٦\sqrt{\frac{١}{٣}} = \sqrt{٣٦ \times \frac{١}{٣}} = \sqrt{١٢}$$

$$٥\sqrt{\frac{١}{٥}} = \sqrt{٢٥ \times \frac{١}{٥}} = \sqrt{٥}$$



∴ المقدار $= ٢\sqrt{٥} + \sqrt{١٢} - \sqrt{١٢} - \sqrt{٥}$

$= ٢\sqrt{٥} - \sqrt{٥} = \sqrt{٥}$





(٢) $٢\sqrt{٢٧} - \frac{١٥}{\sqrt{٣}} + ٦\sqrt{\frac{١}{٣}}$

الحل

==

حاول بنفسك

(٣) $١٣\sqrt{٢} - ٥\sqrt{٨} + ٤\sqrt{\frac{١}{٢}}$

الحل

العددان المترافقان

كل من العددين $\sqrt{أ} + \sqrt{ب}$ ، $\sqrt{أ} - \sqrt{ب}$ يعتبر مرافقا للعدد الاخر .

مجموعهما = ضعف الحد الأول

$$= \sqrt{أ} + \sqrt{ب} + \sqrt{أ} - \sqrt{ب} = ٢\sqrt{أ}$$

حاصل ضربهما = مربع الأول – مربع الثانى

$$= (\sqrt{أ} + \sqrt{ب})(\sqrt{أ} - \sqrt{ب}) = (\sqrt{أ})^{٢} - (\sqrt{ب})^{٢} = أ - ب$$

مثال

العدد $٢\sqrt{٣} + \sqrt{٢}$ مرافقه $٢\sqrt{٣} - \sqrt{٢}$

مجموعهما = $٢\sqrt{٣} + \sqrt{٢} + ٢\sqrt{٣} - \sqrt{٢} = ٤\sqrt{٣}$

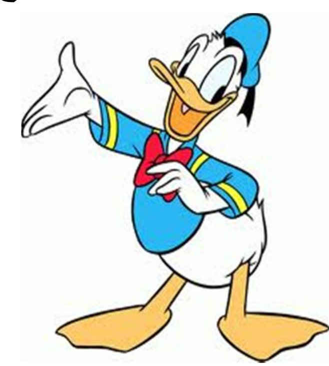
حاصل ضربهما = $(٢\sqrt{٣} + \sqrt{٢})(٢\sqrt{٣} - \sqrt{٢})$

$$= (٢\sqrt{٣})^{٢} - (\sqrt{٢})^{٢} = ١٢ - ٢ = ١٠$$

=================================

تذكر

❁ مربع مقدار ذى حدين = (الأول)^{٢} + ٢ x الأول x الثانى + (الثانى)^{٢}



$$(س + ٣)^{٢} = س^{٢} + ٢ \times س \times ٣ + ٣^{٢} = س^{٢} + ٦س + ٩$$

$$(أ - ب)^{٢} = أ^{٢} - ٢أب + ب^{٢}$$



مثال

إذا كان $\text{أ} = \sqrt{٣} + \sqrt{٢}$ ، $\text{ب} = \frac{١}{\sqrt{٣} + \sqrt{٢}}$ إثبت أن أ، ب مترافقان

ثم أوجد قيمة $\text{أ}^٢ - \text{ب}^٢$.

الحل

$$\text{ب} = \frac{١ \times (\sqrt{٣} - \sqrt{٢})}{(\sqrt{٣} + \sqrt{٢}) \times (\sqrt{٣} - \sqrt{٢})}$$ بالضرب فى مرافق المقام

$\text{ب} = \frac{\sqrt{٣} - \sqrt{٢}}{٣ - ٢} = \sqrt{٣} - \sqrt{٢}$ ∴ أ ، ب مترافقان

$$\text{أ}^٢ = (\sqrt{٣} + \sqrt{٢})^٢ = (\sqrt{٣})^٢ + ٢ \times \sqrt{٣} \times \sqrt{٢} + (\sqrt{٢})^٢$$

$$= ٣ + ٢\sqrt{٦} + ٢ = ٥ + ٢\sqrt{٦}$$

$$\text{ب}^٢ = (\sqrt{٣} - \sqrt{٢})^٢ = (\sqrt{٣})^٢ - ٢ \times \sqrt{٣} \times \sqrt{٢} + (\sqrt{٢})^٢$$

$$= ٣ - ٢\sqrt{٦} + ٢ = ٥ - ٢\sqrt{٦}$$

$$\text{أ}^٢ - \text{ب}^٢ = (٥ + ٢\sqrt{٦}) - (٥ - ٢\sqrt{٦}) = ٥ + ٢\sqrt{٦} - ٥ + ٢\sqrt{٦} = ٤\sqrt{٦}$$

==================================

مثال

إذا كان $\text{س} = \sqrt{٣} - ١$ ، $\text{ص} = \sqrt{٣} + ١$ أوجد قيمة المقدار $\text{س}^٢ + ٢\,\text{س ص} + \text{ص}^٢$

الحل

المقدار $\text{س}^٢ + ٢\,\text{س ص} + \text{ص}^٢ = (\text{س} + \text{ص})^٢$

$$= (\sqrt{٣} - ١ + \sqrt{٣} + ١)^٢ = (٢\sqrt{٣})^٢$$

$$= ٤ \times ٣ = ١٢$$

تمارين (٩)

١ اختر الاجابة الصحيحة :-

(١) $\sqrt{٥٠} - \sqrt{١٨} - \sqrt{٢} =$ .... [$\sqrt{٣٠}$ ، $\sqrt{٢}$ ، ٢ ، $٢\sqrt{٢}$]

(٢) $(\sqrt{٧} - \sqrt{٥})(\sqrt{٧} + \sqrt{٥}) =$ .... [٢ ، ١٢ ، $٢\sqrt{٧}$ ، $-٢\sqrt{٥}$]

(٣) المعكوس الضربي للعدد $\frac{\sqrt{٣}}{٦} =$ ..... [$-\frac{\sqrt{٣}}{٦}$ ، $٦\sqrt{٣}$ ، $٢\sqrt{٣}$ ، $-٢\sqrt{٣}$]

٢ أكمل ما يأتى :-

(١) إذا كانت س = ٣ + $\sqrt{٢}$ فإن مرافقه هو .... وحاصل ضربهما ....

(٢) $٣\sqrt{٢} + \sqrt{٨} - \sqrt{١٨} =$ ....

٣ اختصر لأبسط صورة كلا من المقادير الأتية :-

(١) $٢\sqrt{٥٠} - ٣\sqrt{٢} - ٤\sqrt{\frac{١}{٨}}$ [$٦\sqrt{٢}$]

(٢) $٢\sqrt{٦} - ٣\sqrt{\frac{٢}{٣}} + \sqrt{٥٤}$ [$٤\sqrt{٦}$]

(٣) $\sqrt{١٢} + \sqrt{٧٥} - \sqrt{٤٨}$ [$٣\sqrt{٣}$]

(٤) $\sqrt{٥٠} - \sqrt{١٨} + \sqrt{٧٢}$ [$٨\sqrt{٢}$]

٤ إذا كان س = $\sqrt{٣} - \sqrt{٢}$ ، ص = $\sqrt{٣} + \sqrt{٢}$ أوجد قيمة المقدار $س^{٢} + ٢س ص + ص^{٢}$ [١٢]

العمليات على الجذور التـكعيبية

(١) $\sqrt[٣]{\text{أ}} \times \sqrt[٣]{\text{ب}} = \sqrt[٣]{\text{أب}}$ ⟸ $\sqrt[٣]{٢} \times \sqrt[٣]{٣} = \sqrt[٣]{٦}$

(٢) $\sqrt[٣]{\text{أب}} = \sqrt[٣]{\text{أ}} \times \sqrt[٣]{\text{ب}}$ ⟸ $\sqrt[٣]{٨١} = \sqrt[٣]{٢٧ \times ٣} = ٣\sqrt[٣]{٣}$

(٣) $\sqrt[٣]{\frac{\text{أ}}{\text{ب}}} = \frac{\sqrt[٣]{\text{أ}}}{\sqrt[٣]{\text{ب}}}$ ⟸ $\sqrt[٣]{\frac{٥}{٨}} = \frac{\sqrt[٣]{٥}}{\sqrt[٣]{٨}} = \frac{\sqrt[٣]{٥}}{٢}$

مثال١

ضع على صورة $\text{أ}\sqrt[٣]{\text{ب}}$ حيث أ ، ب عددان صحيحان ، ب أصغر قيمة موجبة ممكنة

(١) $\sqrt[٣]{-٢١٦٠}$ (٢) $\sqrt[٣]{١٧١٥}$ (٣) $\sqrt[٣]{٦٨٦}$

الحل

(١) $\sqrt[٣]{-٢١٦٠} = \sqrt[٣]{-٢١٦ \times ١٠} = -٦\sqrt[٣]{١٠}$

(٢) $\sqrt[٣]{١٧١٥} = \sqrt[٣]{٣٤٣ \times ٥} = ٧\sqrt[٣]{٥}$

(٣) $\sqrt[٣]{٦٨٦} = \sqrt[٣]{٣٤٣ \times ٢} = ٧\sqrt[٣]{٢}$



هل يمكن استخدام التحليل فى الحل ؟



أوجد ناتج ما يأتى فى ابسط صورة :-

(١) $\sqrt[٣]{\frac{٣}{٤}} \div \sqrt[٣]{\frac{٢}{٩}}$



(٢) $\frac{١}{٢}\sqrt[٣]{١٠} \times ٦\sqrt[٣]{١٠٠}$

الحل

(٣) اثبت ان :- $\sqrt[3]{٥٤} \times \sqrt[3]{١٦} \div (\sqrt[3]{٤} \times ٦) = ١$



تمارين (١٠)

١ ضع كل مما يأتى على صورة أ $\sqrt[3]{ب}$ حيث أ ، ب عددان صحيحان ، ب أصغر قيمة موجبة ممكنة

(أ) $\sqrt[3]{٥٤}$ (ب) $\sqrt[3]{-١٠٠٠}$ (جـ) $\sqrt[3]{١٢٨}$

٢ أوجد ناتج ما يأتى فى ابسط صورة :-

(أ) $\sqrt[3]{١٢٥} - \sqrt[3]{٢٤}$ (ب) $\sqrt[3]{٢٥٠} - \sqrt[3]{١٢٨}$ (جـ) $\sqrt[3]{\frac{٢}{٥}} \times \sqrt[3]{\frac{٤}{٢٥}}$

٣ إذا كانت أ $= \sqrt[3]{٥} + ١$ ، ب $= \sqrt[3]{٥} - ١$ احسب قيمة $(أ + ب)^{٣}$ [٤٠]

٤ اثبت أن $\sqrt[3]{١٢٨} + \sqrt[3]{١٦} - ٢\sqrt[3]{٥٤} =$ صفر



تطبيقات على الجذور التربيعية والتكعيبية

الدائرة

نق
م

محيط الدائرة = ٢ π نق وحدة طول .

مساحة الدائرة = π نق^{٢} وحدة مربعة .

مثال١ أوجد محيط ومساحة دائرة طول قطرها ١٤ سم .

الحل

مثال٢ أكمل ما يأتى :-

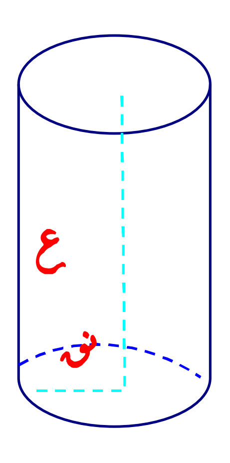
(١) دائرة مساحتها ٦٤ π سم^{٢} فإن محيطها = ... سم .

الحل

(٢) دائرة محيطها ٢٠ π سم فإن طول قطرها = ... سم

الحل

الأسطوانة الدائرية القائمة



(١) المساحة الجانبية = محيط القاعدة $\times$ الإرتفاع

$= ٢ \pi$ نق ع وحدة مربعة

(٢) المساحة الكلية = المساحة الجانبية + ٢ $\times$ مساحة القاعدة

$= ٢ \pi$ نق ع + ٢ π نق^{٢} وحدة مربعة

(٣) حجم الأسطوانة = مساحة القاعدة $\times$ الإرتفاع

$= \pi$ نق^{٢} ع وحدة مكعبة

مثال٣ اسطواتة دائرية قائمة طول نصف قطر قاعدتها ١٤سم وارتفاعها ٢٠سم أوجد :-

(١) حجمها (٢) مساحتها الكلية

الحل

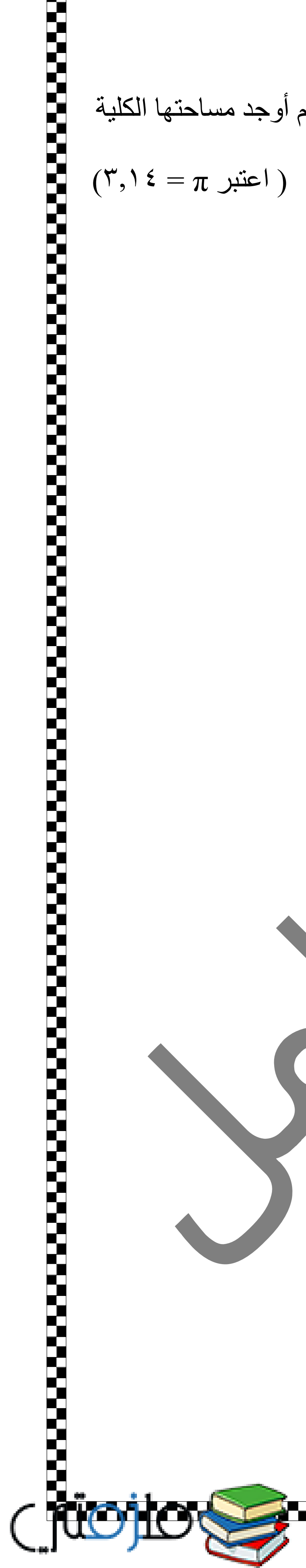


مثال٤

اسطوانة دائرية قائمة حجمها ٧٥٣٦ سم^{٣} وارتفاعها ٢٤ سم أوجد مساحتها الكلية

الحل

(اعتبر π = ٣,١٤)







(١) حجم الكرة = $\frac{٤}{٣} \pi$ نق^{٣} وحدة مكعبة

(٢) مساحة سطح الكرة = ٤ π نق^{٢} وحدة مربعة

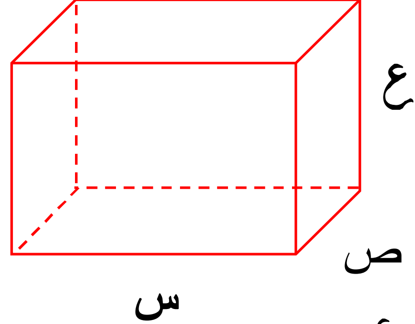
مثال٥ احسب حجم ومساحة كرة طول قطرها ١٠سم .



أكمل :- الكرة التى حجمها $\frac{٩}{٢} \pi$ سم^{٣} يكون طول قطرها .... سم .

الحل

متوازى المستطيلات



تذكر :- محيط المستطيل = (الطول + العرض) × ٢

مساحة المستطيل = الطول × العرض

المساحة الجانبية = محيط القاعدة × الإرتفاع = ٢(س + ص) × ع

المساحة الكلية = المساحة الجانبية + ٢ × مساحة القاعدة

= ٢(س + ص) × ع + ٢ س ص = ٢ (س ص + ص ع + ع س)

الحجم = الطول × العرض × الإرتفاع = س × ص × ع

مثال٦ متوازى مستطيلات أبعاده ٣ سم ، ٤ سم ، ٥ سم إحسب :-

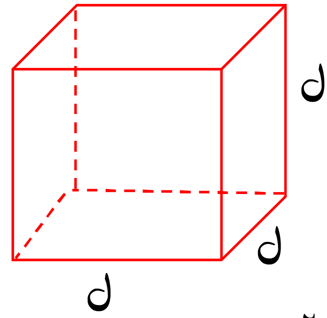
(١) حجمه (٢) مساحته الجانبية والكلية

الحل

==

الأزهر ٢٠١٢/٢٠١٣ :- حجم متوازى المستطيلات الذى أبعاده $\sqrt{٣}$ ، $\sqrt{٢}$ ، $\sqrt{٦}$ يساوى .... سم^{٣}

المكعب هو متوازى مستطيلات اطوال أحرفه متساوية فى الطول .



خواصه

(١) له ٦ أوجه مربعة الشكل .
(٢) له ١٢ حرف متساوية فى الطول
(٣) له ٨ رؤوس .

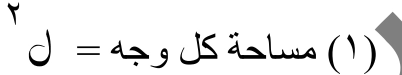
تذكر

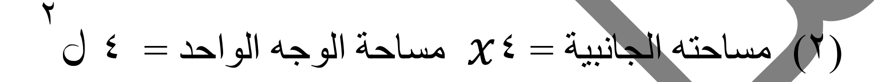
مساحة المربع = طول الضلع $\times$ نفسه = ل $\times$ ل = ل^{٢}

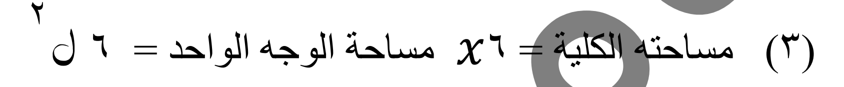
محيط المربع = ٤ $\times$ طول الضلع = ٤ ل

قوانين المكعب

إذا كان طول حرفه = ل وحدة طول فإن :-


(١) مساحة كل وجه = ل^{٢}


(٢) مساحته الجانبية = ٤ $\times$ مساحة الوجه الواحد = ٤ ل^{٢}


(٣) مساحته الكلية = ٦ $\times$ مساحة الوجه الواحد = ٦ ل^{٢}

(٤) حجمه = طول الحرف $\times$ نفسه $\times$ نفسه = ل^{٣}



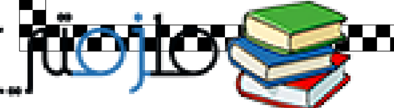
اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :-

(١) العام $\frac{٢٠١٢}{٢٠١٣}$ مكعب حجمه ٨ سم^{٣} فإن طول حرفه = ... سم [٢ ، ٤ ، ٦٤ ، ٣]

(٢)الأزهر $\frac{٢٠١٠}{٢٠١١}$ المساحة الكلية لمكعب طول حرفه ٣ سم = ... سم^{٢} [٩ ، ٢٧ ، ٣٦ ، ٥٤]

(٣) مكعب حجمه ٢$\sqrt{٢}$ سم فإن طول حرفه = ... سم [$\sqrt{٢}$ ، ٢ ، ٨ ، ١.٥]

* مكعب حجمه ٢١٦ سم^{٣} احسب مساحته الجانبية .



* مكعب مساحة احد أوجهه   سم^{٢} أوجد طول حرفه ثم احسب حجمه .

==

* مكعب مجموع أطوال أحرفه ٦٠ سم أوجد :-

(١) حجمه   (٢) مساحته الجانبية والكلية

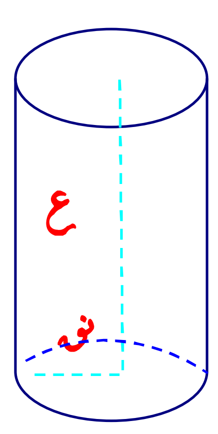
الحل

==

* متوازى مستطيلات قاعدته مربعة الشكل طول ضلعه ١٠ سم ومساحته .

* كرة من المعدن طول قطرها ٦ سم صهرت وحولت الى اسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطر قاعدتها ٣ سم احسب ارتفاع الأسطوانة .





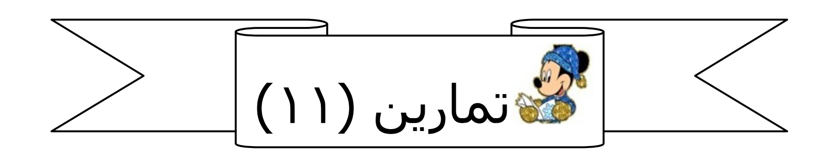


---

* اكمل ما يأتى :-

(١) اسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطر قاعدتها **نق** حجمها وارتفاعها ع فإن مساحتها الجانبية تساوى .... وحجمها يساوى ....

(٢) طول نصف قطر اسطوانة دائرية قائمة حجمها ٤٠π سم^{٣} وارتفاعها ١٠سم يساوى .... سم .



١ مساحة سطح دائرة ومحيطها بدلالة π حيث طول قطرها ١٠ سم .

[المحيط = ١٠ π سم ، المساحة = ٢٥ π سم^{٢}]

٢ دائرة محيطها ٤٤سم احسب طول نصف قطرها . (اعتبر $\pi = \frac{٢٢}{٧}$) [نق = ٧ سم]

٣ احسب حجم ومساحة سطح كرة طول قطرها ٦ سم . [الحجم= ٣٦ π سم^{٣}، المساحة =٣٦ π سم^{٢}]

٤ اسطوانة دائرية قائمة حجمها ٩٠ π سم^{٣} وارتفاعها ١٠سم احسب طول نصف قطر قاعدتها

[نق= ٣ سم]

٥ أوجد المساحة الكلية لأسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطر قاعدتها = $\frac{٧}{\sqrt{٢}}$ سم وارتفاعها ١٠ $\sqrt{٢}$ سم (اعتبر $\pi = \frac{٢٢}{٧}$) [المساحة الكلية =٥٩٤ π سم^{٢}]

٦ العام $\frac{٢٠١٠}{٢٠١١}$ اسطوانة دائرية قائمة حجمها ٧٢ π سم^{٣} وارتفاعها ٨سم احسب طول نصف قطر قاعدتها [نق= ٣ سم]

٧ الأزهر $\frac{٢٠١٠}{٢٠١١}$ أوجد طول نصف قطر الكرة التى حجمها $\frac{٩}{٢}\pi$ سم^{٣} . [نق= ١,٥ سم]

٨ العام $\frac{٢٠١٠}{٢٠١١}$ كرة حجمها $\frac{٩}{١٦}\pi$ سم^{٣} أوجد طول نصف قطرها . [نق= $\frac{٣}{٤}$ سم]

٩ العام $\frac{٢٠١٢}{٢٠١٣}$ كرة حجمها $\frac{٩٩٠٠٠}{٧}$ سم^{٣} أحسب طول نصف قطرها .(اعتبر $\pi = \frac{٢٢}{٧}$) [نق= ١٥سم]

١٠ متوازى مستطيلات بعد قاعدته ٩ سم ، ١٠ سم ، وارتفاعه ٥ سم أوجد :-

(١) حجمه [٤٥٠سم^{٣}]

(٢) مساحته الجانبية [١٩٠سم^{٢}]

(٣) مساحته الكلية [٣٧٠ سم^{٢}]

١١ مكعب مجموع اطوال احرفه ٣٦ سم احسب :-

(١) حجمه [٢٧سم^{٣}]

(٢) مساحته الجانبية [٣٦سم^{٢}]

(٣) مساحته الكلية [٥٤ سم^{٢}]

١٢ مكعب حجمه ٨ سم^{٣} احسب مساحته الجانبية والكلية . [١٦سم^{٢} ، ٢٤ سم^{٢}]

١٣ كرة من المعدن طول قطرها ٦ سم صهرت وحولت الى اسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطر قاعدتها ٦ سم احسب ارتفاع الأسطوانة. [ع = ٨ سم]

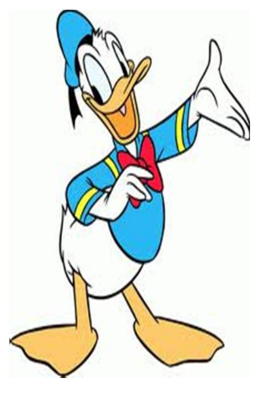
١٤ أيهما أكبر حجماً مكعب طول حرفه ٧ سم أم متوازى مستطيلات أبعاده ٤ سم ، ٥ سم ، ٦ سم .

[المكعب أكبر حجما]

حل المعادلات والمتباينات من الدرجة الأولى فى متغير واحد فى ح

اولاً :- حل المعادلات

أوجد فى ح مجموعة حل المعادلات الاتية :-



(١) ٢ س + ٤ = ٣

(٢) $\sqrt{2}$ س − ١ = ١

(٣) س − ١ = $\sqrt{5}$



(١) ٢ س + ٤ = ٣

(٢) $\sqrt{2}$ س − ١ = ١

(٣) س − ١ = $\sqrt{5}$

ثانياً :- حل المتباينات

خواص التباين :-

(١) إتجاه علامة التباين لا يتغير إذا
- أضيف أو طرح من طرفيها عدد ثابت .
- ضرب طرفيها فى عدد موجب أو قسم طرفيها على عدد موجب.

(٢) إتجاه علامة التباين يتغير إذا ضرب طرفيها فى عدد سالب أو قسم طرفيها على عدد سالب.

مثلا ٧ > -٢ بالضرب x -٣ ⟸ ٧ x -٣ > -٢ x -٣ ⟸ -٢١ > ٦

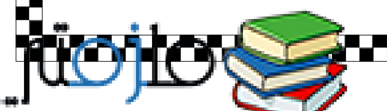
أوجد مجموعة حل المتباينات الاتية ومثل الحل على خط الأعداد :-

(١) ١- ٥ س > ٦ (٢) $\frac{١}{٢}$ س + ١ ⩽ ٢

الحل

(١) ١- ٥ س > ٦

(٢) $\frac{١}{٢}$ س + ١ ⩽ ٢

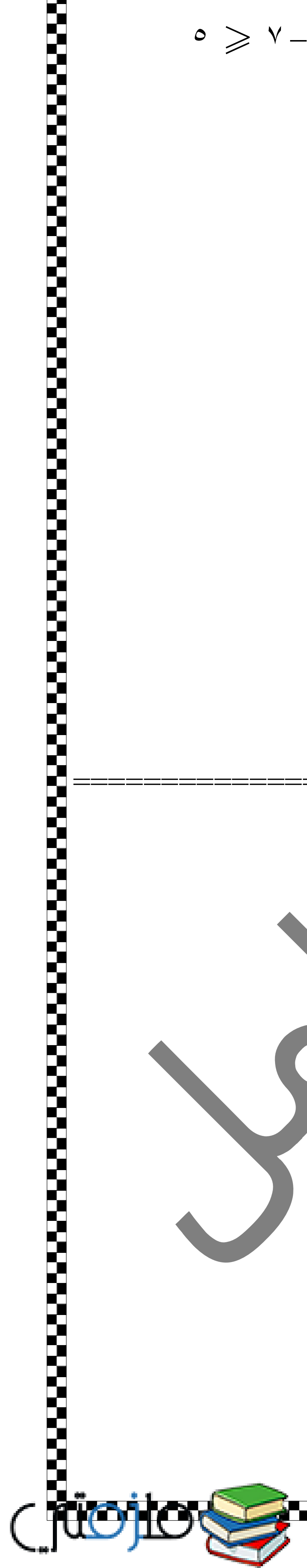


(٣) −١ ≤ ٢س +١ < ٥

(٤) 

-٣ ≤ ٤ س – ٧ ≤ ٥



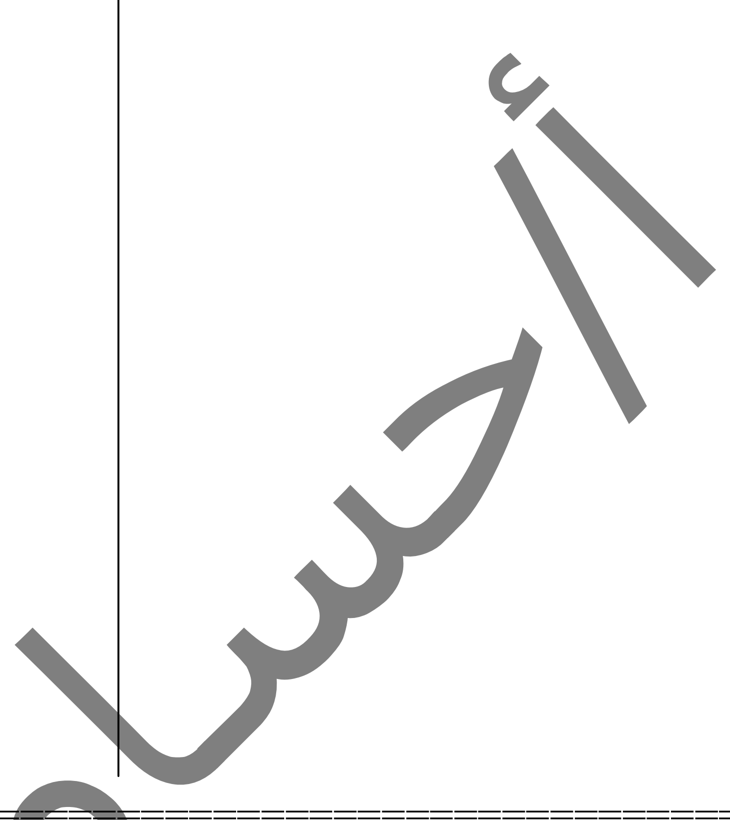


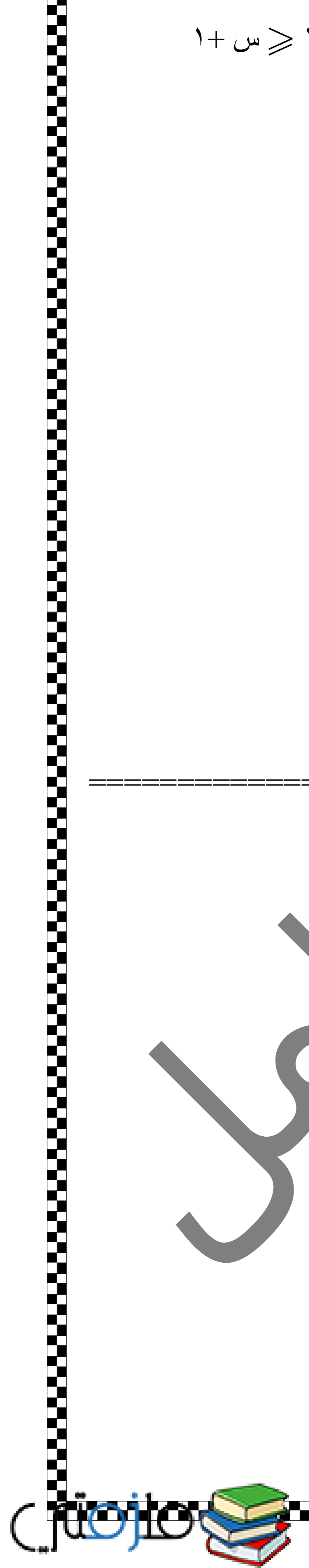
(٥) ١ ≤ ٣− ٢س < ٥

(٦) ٣ – ٤س ⩽ س – ٢

(٧) س–١ > ٣س – ١ ⩽ س +١







---

(٨) ٥س +٧ > ٦ س > ٥س



١ أوجد في ح مجموعة حل المعادلات الاتية :-



(١) ٥ س + ٦ = ١ {$\frac{-١}{٥}$}

(٢) ٢ س − ٣ = ٤ {$\frac{٧}{٢}$}

(٣) $\sqrt{٣}$ س − ٢ = ١ {$\sqrt{٣}$}

٢ أوجد في ح مجموعة حل المتباينات الاتية ومثل الحل على خط الأعداد:-

(١) ٣س − ١ < ٥]−∞، ٢[

(٢) ٢ س + ٥ ≥ ٣ [−١، ∞[

(٣) ٢ س + ٣ ≤ ١]−∞، −١]

(٤) ٥ − س > ٣]−∞، ٢[

(٥) −٥ ≤ ٢ س − ٣ ≤ ١ [−١، ٢]

(٦) ٤ < ٣س + ٤ < ٧]٠، ١[

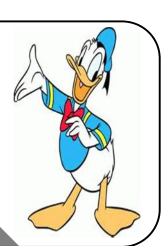
(٧) ١ < ٥ − س ≤ ٣ [٢، ٤[

(٨) ٥س − ٣ < ٢س + ٩]−∞، ٤[

(٩) س ≤ ٢س − ١ ≤ س + ٣ [١، ٤]

(١٠) ٤س ≤ ٥س + ٢ < ٤س + ٣ [−٢، ١[

العلاقة بين متغيرين



الصورة العامة للعلاقة بين المتغيرين س ، ص تكون على الصورة :-



م س + ب ص = جـ ويمثلها بيانيا خط مستقيم .

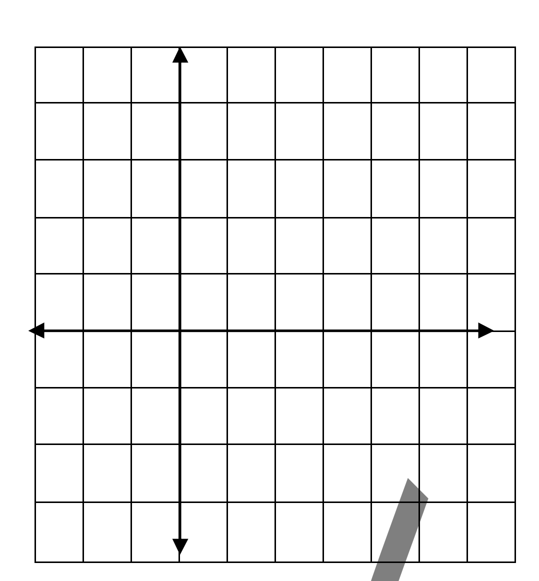
مثال ١ أوجد اربعة ازواج مرتبة تحقق العلاقة س – ٢ص = ٥ ومثلها بيانيا .

الحل

نحصل على احد المتغيرين بدلالة الاخر ثم نفرض قيم للمتغير الذى على اليسار

س – ٢ص = ٥ ⟸ س = ٢ ص + ٥

س	....	.....	....	....
ص	-٢	-١	٠	١



س = ٢ x ص + ٥

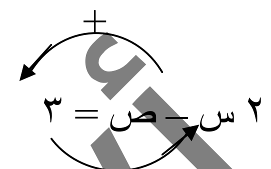
عندما ص =- ٢ ⟸ س = ٢ x ......+ ٥ = ... +..... = ...

عندما ص =- ١ ⟸ س = ٢ x ......+ ٥ = ... +..... = ...

عندما ص = ٠ ⟸ س = ٢ x ......+ ٥ = ... +..... = ...

عندما ص = ١ ⟸ س = ٢ ......+ ٥ = ... +..... = ...





مثل بيانيا العلاقة ٢ س – ص = ٣

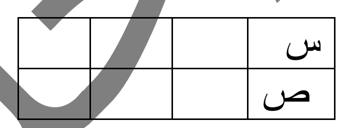
الحل

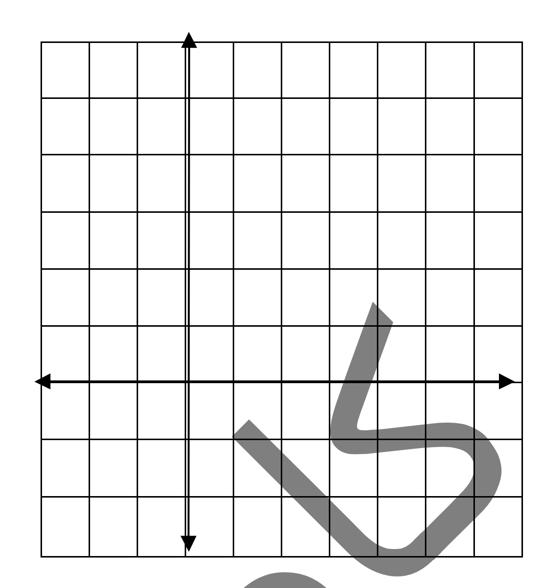
٢ س – ص = ٣ ⟸ ٢ س – ٣ = ص

ص = ٢س - ٣

ونفرض قيم للمتغير س " لأنه على اليسار "

س			
ص			







عندما س = ...

ص = ٢ x .... – ٣ = ... – ..... = ...

عندما س = ...

ص = ٢ x .... – ٣ = ... – ..... = ...

عندما س = ...

ص = ٢ x .... – ٣ = ... – ..... = ...

مثال ٣

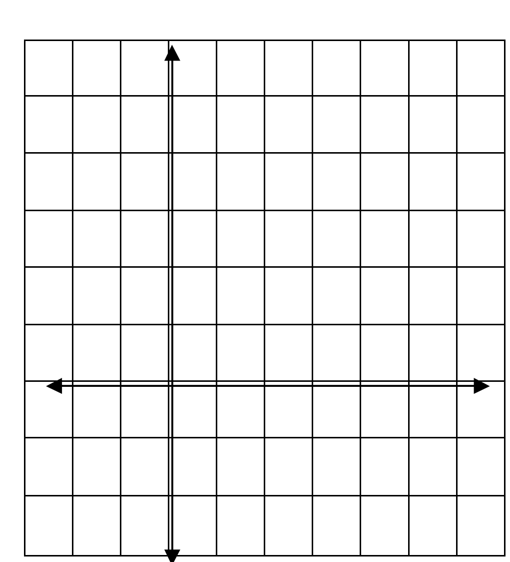
مثل بيانياً العلاقات الأتية :-

(١) ص = ٣　　　　　(٢) س = ٢

الحل

ص = ٣

س = ٢



****

مثال ٤

إذا كانت (-٣ ، ٢) تحقق العلاقة ٣ س + ب ص = ١ أوجد قيمة ب .







لإ يجاد نقطة تقاطع المستقيم مع محور :-

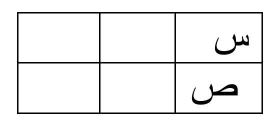
(١) السينات نضع ص = ٠

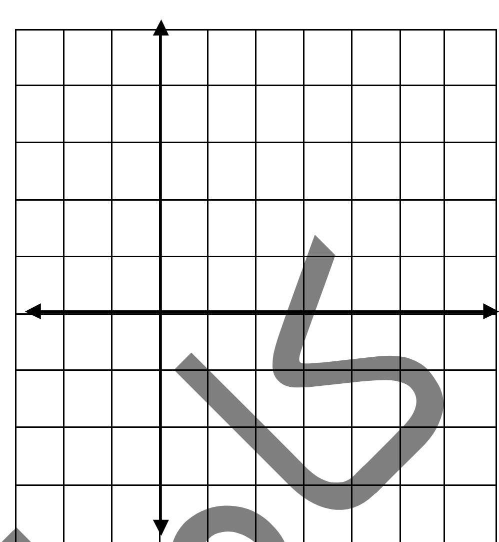
(٣)الصادات نضع س = ٠

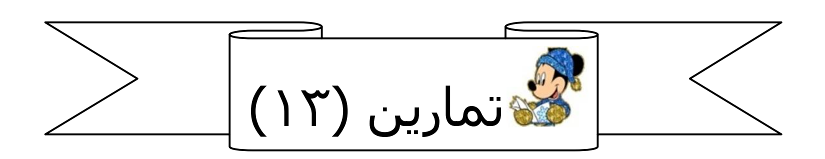
مثل بيانيا المستقيم الذى يمثل العلاقة ٢ س + ٣ ص = ٦ وإذا كان هذا المستقيم يقطع محور السينات فى النقطة ﻫ ويقطع محور الصادات فى النقطة ب أوجد مساحة Δ و ﻫ ب حيث و هى نقطة الأصل .



س		
ص		







١ مثل بيانيا العلاقات الأتية :-

(١) س + ص = ٣   (٢) ص – ٣ س = ١

(٣) ص = ٤   (٤) س = – ١

٢ إذا كان (ك ، ٢ك) تحقق العلاقة س + ص = ١٥ أوجد قيمة ك. [ك = ٥]

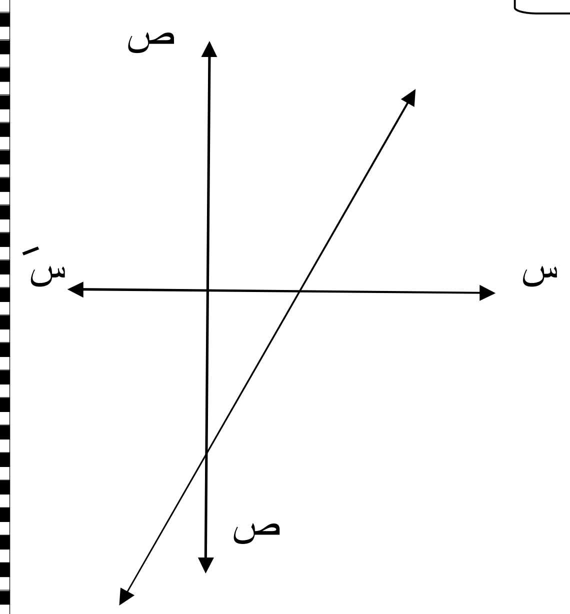
٣ إذا كان (٢ ، م) تحقق العلاقة ٣ س + ص = ٧ أوجد قيمة م . [م = ١]

٤ مثل بيانيا المستقم الذى يمثل العلاقة ٢ س + ٥ ص = ١٠ وإذا كان المستقيم يقطع محور السينات فى النقطة م ويقطع محور الصادات فى النقطة ب أوجد مساحة Δ وم ب حيث و هى نقطة الأصل .

[٥ وحدة مساحة]



ميل الخط المستقيم وتطبيقات حياتية



ميل الخط المستقيم = $\frac{\text{التغير فى الاحداثى الصادى}}{\text{التغير فى الاحداثى السينى}}$

م = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$

أوجد ميل $\overleftrightarrow{أب}$ فى الحالات الاتية :-

(١) أ = (-١ ، ٣) ، ب = (٥ ، ٦)



(٢) أ = (٢ ، ٤) ، ب = (٥ ، ٤)



(٣) أ = (٢ ، ١) ، ب = (٢ ، ٤)

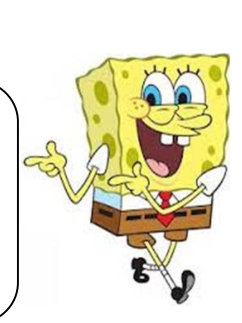


ملاحظات (١) أى مستقيم أفقى (يوازى محور السينات) ميله = صفر .

(٢) أى مستقيم رأسى (يوازى محور الصادات) ميله غير معروف .

(٣) إذا كان ميل $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ = ميل $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$ فإن النقط أ ، ب ، جـ تقع على استقامة واح

أثبت أن النقط أ = (٠ ،٣) ، ب = (١، ٥) ، جـ = (–١ ، ١) تقع على استقامة واحـدة .



إذا كان الخط المستقيم الذى يحتوى النقطتين أ = (١ ،٣) ، ب = (س، ٠)

ميله $\frac{٣}{٢}$ أوجد قيمة س



تطبيقات حياتية

تطبيق السرعة المنتظمة للجسم المتحرك

عند رسم الشكل البيانى للعلاقة بين المسافة (ف) على المحور الرأسى

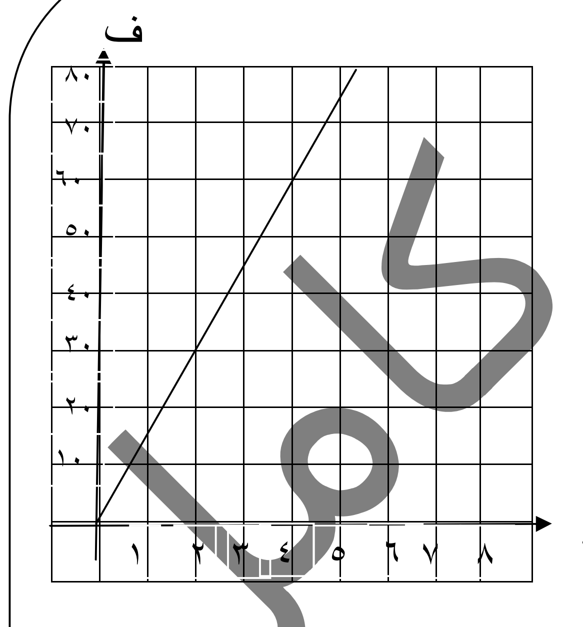
والزمن (ن) على المحور الأفقى نحصل على خط مستقيم :-

ميله = سرعة الجسم

$$ع = \frac{ف_2 - ف_1}{ن_2 - ن_1}$$

$$\text{السرعة المتوسطة لجسم} = \frac{\text{المسافات الكلية}}{\text{الزمن الكلى الذى قطعت فيه المسافات}}$$

تدريب (١)



الشكل البيانى المقابل :-

يوضح العلاقة بين المسافة ف بالكم والزمن ن بالساعة لدراجة تتحرك بسرعة منتظمة

أوجد سرعة الدراجة .

الحل

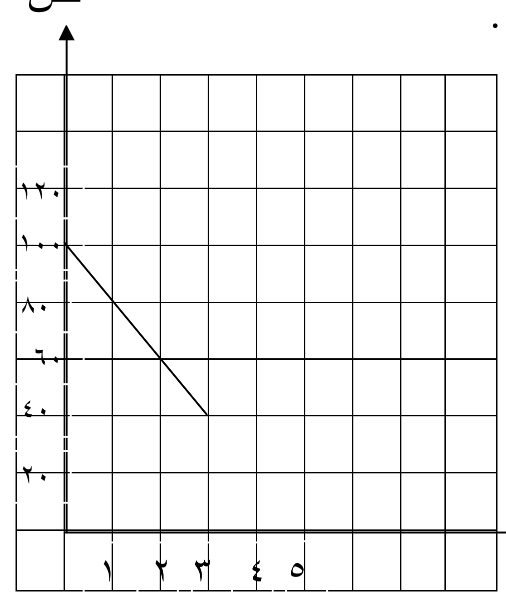
تدريب (٢)

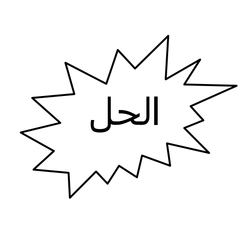
يقرأ شخص أحد الكتب والشكل البيانى المقابل يوضح العلاقة بين الزمن ں بالساعة وعدد الصفحات المتبقية ص .

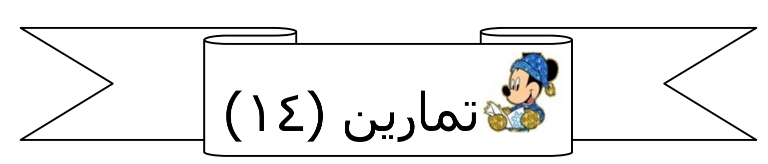
(١) كم عدد الصفحات المتبقية عند بداية القراءة ؟

(٢) أوجد معدل الصفحات المقروءة فى الساعة .

(٣) متى ينتهى الشخص من قراءة الكتاب ؟







١ أوجد ميل $\overleftrightarrow{أب}$ فى الحالات الاتية :-

(١) أ = (٢،١) ، ب = (٥ ، ٠) $[\frac{-١}{٢}]$

(٢) أ = (٢ ،-١) ، ب = (٤ ، -١) [صفر]

(٢) أ = (٣ ،١) ، ب = (٣ ، ٥) [غير معروف]

٢ ملأ مجدى سيارته بالوقود والشكل المقابل يمثل العلاقة بين الزمن(ن) بالساعة وكمية الوقود المتبقية(ص) باللتر .

(١) ماهى اكبر سعة للخزان ؟
(٢) متى يفرغ الخزان من الوقود ؟
(٣) كم يتبقى من الوقود بعد ١٥ ساعة ؟
(٤) ما معدل استهلاك الوقود فى الساعة الواحدة ؟

ص

٧٠ ، ٦٠ ، ٥٠ ، ٤٠ ، ٣٠ ، ٢٠ ، ١٠

٥ ، ١٠ ، ١٥ ، ٢٠ ، ٢٥ ، ٣٠

ن





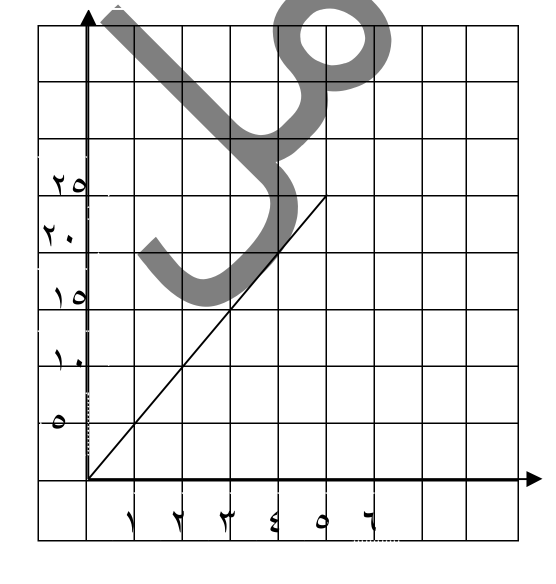
[٧٠ لتر ، ٣٠ ساعة ، ٣٥ لتر ، $\frac{٧}{٣}$ لتر / س]

٣ الشكل البيانى المقابل :-

يمثل حركة دراجة تسير بسرعة منتظمة أوجد سرعة السيارة .

[٥ كم/ س]

ف بالكم



ن بالساعة